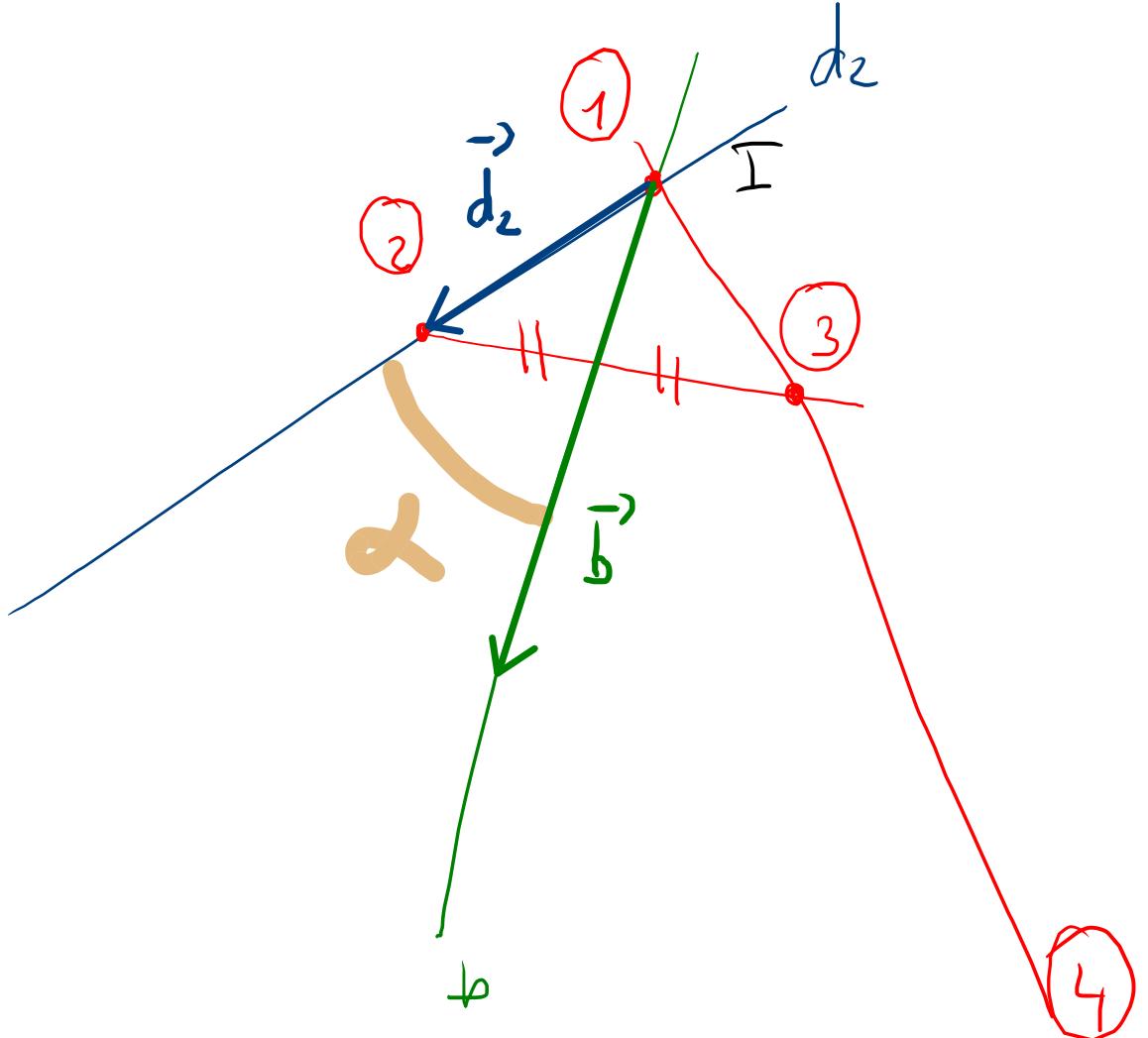


(b):

20.05.20

- 20) Deux droites d_1 et d_2 ont pour bissectrice la droite d'équation $3x - 2y + 16 = 0$. Trouver l'équation de d_1 , connaissant l'équation de d_2 : $x - 2y + 8 = 0$.

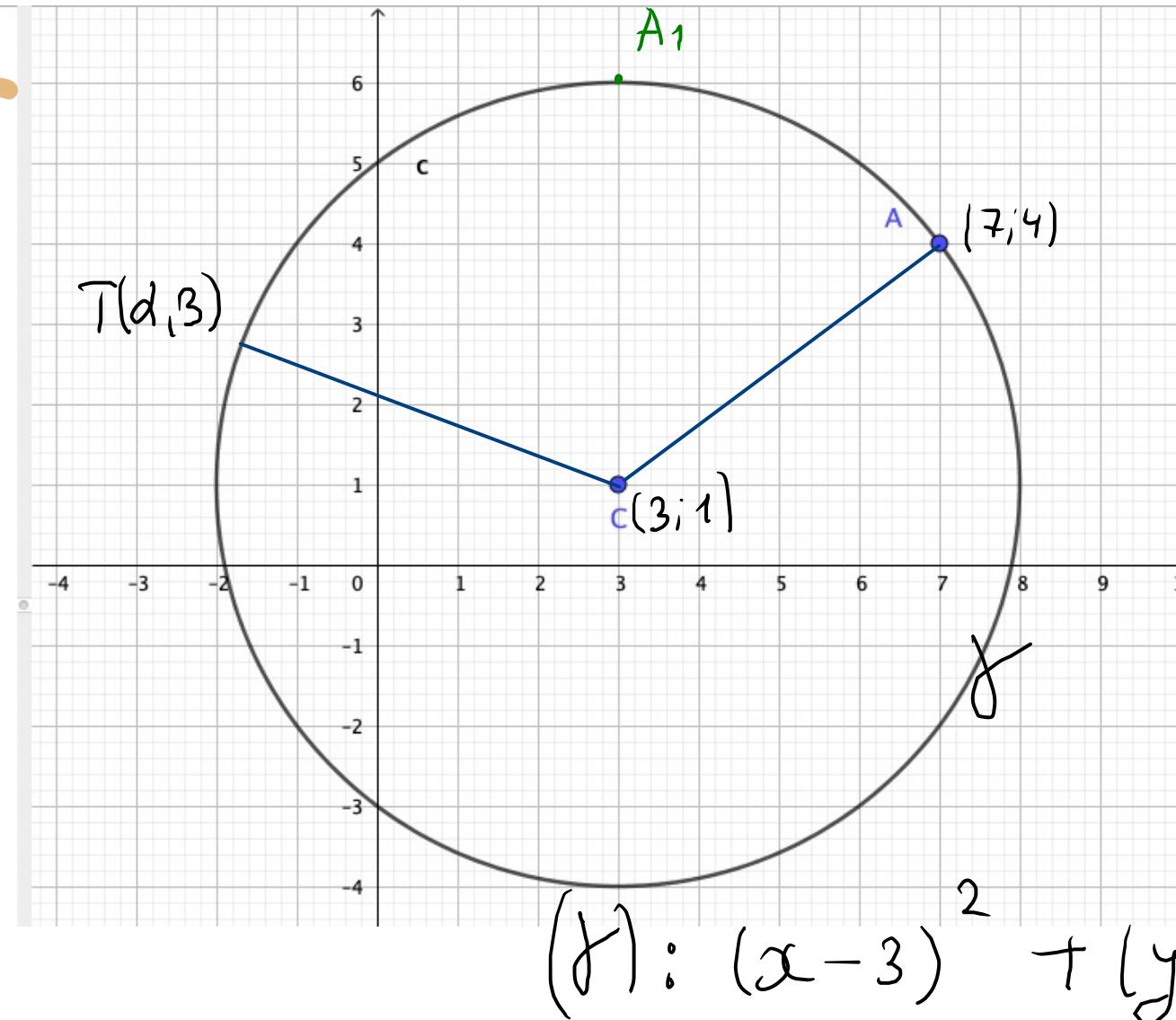


$$\textcircled{1} \quad \left\{ \begin{array}{l} 3x - 2y = -16 \\ x - 2y = -8 \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{c} \cdot 1 \\ \cdot (-1) \end{array} \right| \quad \left\{ \begin{array}{l} 2x = -8 \\ 4y = 8 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = -4 \\ y = 2 \end{array} \right.$$

$$\text{I}(-4; 2)$$

Cercle

- $C = (3, 1)$
- $A = (7, 4)$
- $c: (x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 25$



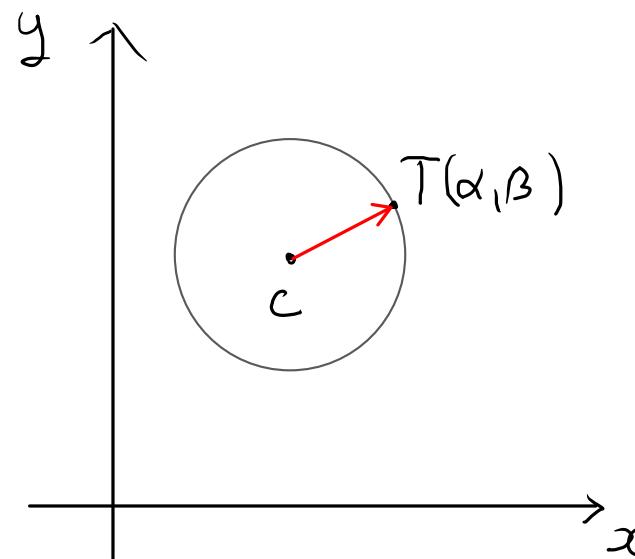
$$\vec{CA} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$
$$\|\vec{CA}\| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

$$\sqrt{(x - 3)^2 + (\beta - 1)^2} = 5$$

$$(f): (x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 25$$

Cas général

Soit $\gamma(c, R)$ un cercle de centre $C(c_1, c_2)$ et de rayon $R > 0$



Soit $T \in \gamma$

$$\vec{CT} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha - c_1 \\ \beta - c_2 \end{pmatrix}$$

$$\|\vec{CT}\| = R \Rightarrow \sqrt{(\alpha - c_1)^2 + (\beta - c_2)^2} = R$$

$$\Leftrightarrow (\alpha - c_1)^2 + (\beta - c_2)^2 = R^2$$

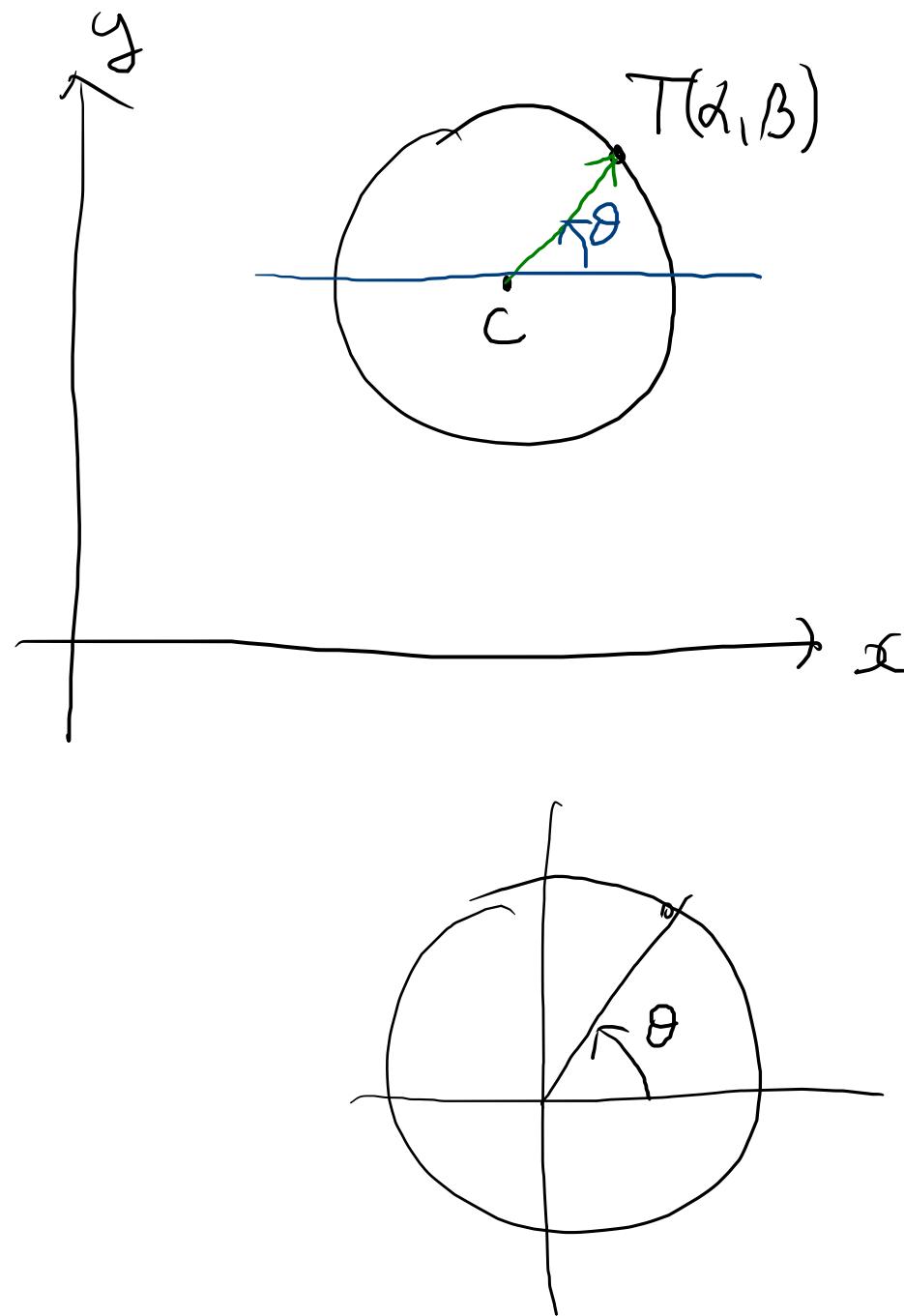
Si (α, β) est un point quelconque du cercle, il doit satisfaire l'équation

$$\boxed{\gamma : (\alpha - c_1)^2 + (\beta - c_2)^2 = R^2}$$

L'équation générale d'un cercle est de la forme

$$\boxed{ax^2 + ay^2 + 2dx + 2ey + f = 0}$$

Sous forme paramétrique vectorielle



$C(c_1, c_2)$, rayon R

$$\vec{OT} = \vec{OC} + \vec{CT}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos(\theta) \cdot R \\ \sin(\theta) \cdot R \end{pmatrix}$$

$$\theta \in \mathbb{R}$$

3.3.1 Indiquer, parmi les équations données ci-dessous, celles qui définissent un cercle.
Déterminer alors les coordonnées du centre et le rayon du cercle :

a) $(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 25$

b) $(x + 2)^2 + y^2 = 64$ $(-2; 0)$, $R = 8$

c) $(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 0$ $(5, -2)$, O

d) $x^2 + (y - 5)^2 = 5$

e) $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 20$

f) $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 14 = 0$

g) $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 5 = 0$

h) $x^2 + y^2 + x = 0$

i) $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 14 = 0$

j) $x^2 + y^2 + y = 0$

k) $80x^2 + 80y^2 - 120x + 80y + 17 = 0$

l) $144x^2 + 144y^2 - 216x + 192y = -145$

$$(x - c_1)^2 + (y - c_2)^2 = R^2$$

a) centre : $(5; -2)$, rayon : 5

c) Point ! $(5, -2)$

$$(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = -4$$

d) $(0; 5)$, $\sqrt{5}$

! negatif

e) $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 20$. complétons les carrés

$$\underbrace{x^2 - 2x + 1}_{+} \quad \underbrace{+ y^2 + 4y + 4}_{=} \quad = \underbrace{20 + 1 + 4}_{}$$

$$(J): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 25$$

centre : $(1; -2)$, rayon : 5

f) $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 14 = 0$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = -14 + 1 + 4$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = -9$$

n'est pas l'équation d'un cercle !

g) à j)

$$\text{k)} \quad 80x^2 + 80y^2 - 120x + 80y + 17 = 0 \quad \Big| : 80$$

$$x^2 - \frac{120}{80}x + y^2 + y = -\frac{17}{80}$$

$$x^2 - \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + y^2 + y + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{17}{80} + \frac{1}{4} + \frac{9}{16}$$

$$(x - \frac{3}{4})^2 + (y + \frac{1}{2})^2 = \frac{-17 + 20 + 45}{80}$$

$$(x - \frac{3}{4})^2 + (y + \frac{1}{2})^2 = \frac{48}{80}$$

$$(x - \frac{3}{4})^2 + (y + \frac{1}{2})^2 = \frac{3}{5}$$

circle centre $\left(\frac{3}{4}, -\frac{1}{2} \right)$, rayon $\sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$

