

2.7.1

22.01.20

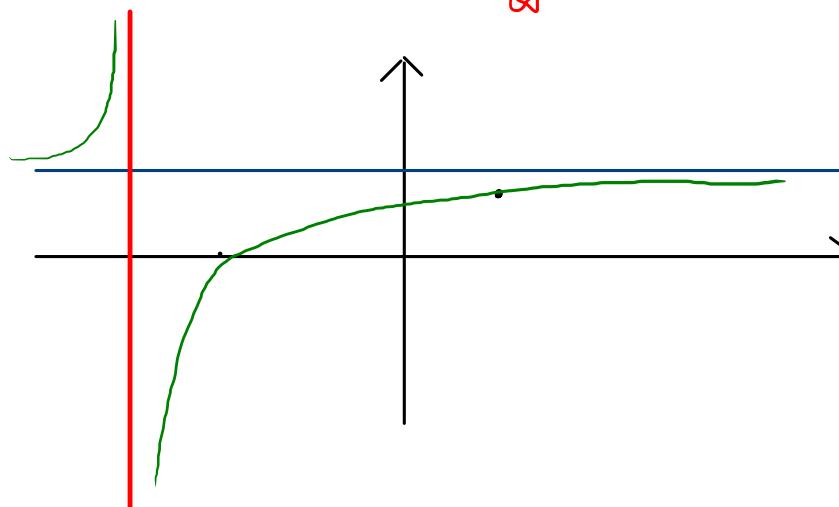
$$\text{a) } f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 2x - 3}$$

- - -

Intéressons-nous au comportement de la fonction à l'infini.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 2x - 3} \stackrel{\text{F1}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 \left(1 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}\right)}{x^2 \left(1 + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}\right)} = 1$$

$\frac{\infty}{\infty}$



- Signe de $f(x)$

x	-3	-2	1	
$x+2$	-	-	+	+
$x-1$	-	-	-	+
$x+3$	-	0	+	+
$x-1$	-	-	-	0
$f(x)$	+	-	0	+

c) $f(x) = \frac{2x^2 + 6x}{(x+2)^2}$

d) $f(x) = \frac{x^3}{4-x^2}$

d) $f(x) = \frac{x^3}{4-x^2} = \frac{x^3}{(2-x)(2+x)}$ $ED(f) = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$

• AV

Définition

On dit que $x = a$ est une asymptote verticale de la courbe $y = f(x)$ si

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \infty \text{ ou } \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \infty$$

Les AV apparaissent aux endroits où la fonction n'est pas définie.

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3}{4-x^2} = \infty \quad \Rightarrow x = -2 \text{ est une AV}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3}{4-x^2} = \infty \quad \Rightarrow x = 2 \text{ est une AV}$$

Tableau des signes

x	-2	0	2
$f(x)$	+	-	+

AH / AO

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{-x^2 + 4} = \infty \quad \text{par d'AH}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

▷ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{x^2(-1 + \frac{4}{x^2})} = \infty$

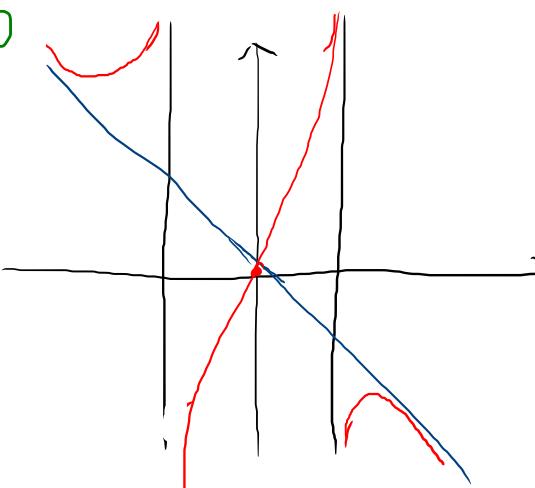
$$f(x) = \frac{x^3}{-x^2 + 4}$$

$$\begin{array}{r} x^3 \\ - x^3 - 4x \\ \hline 4x \end{array}$$

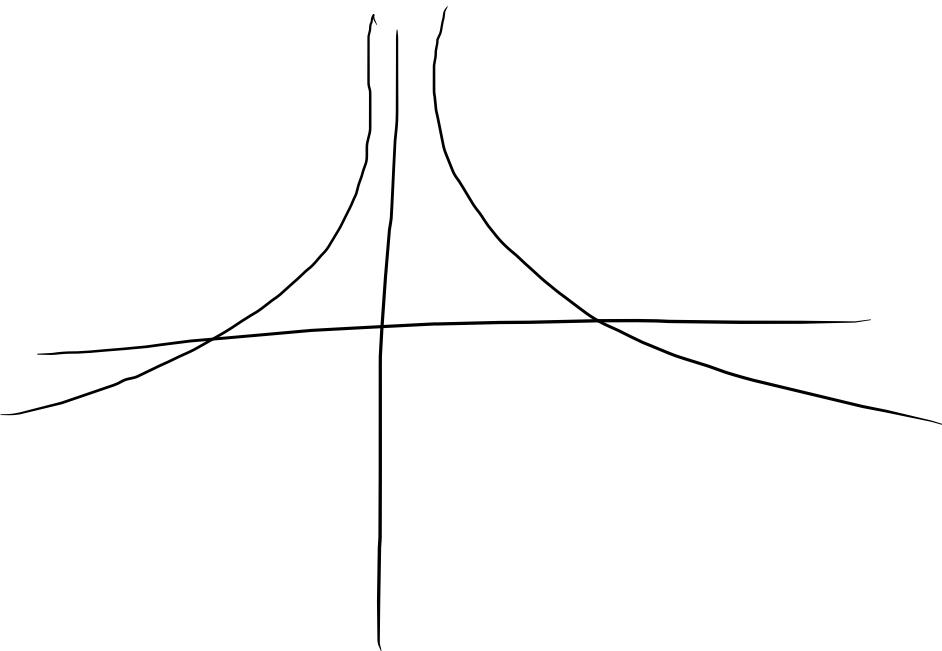
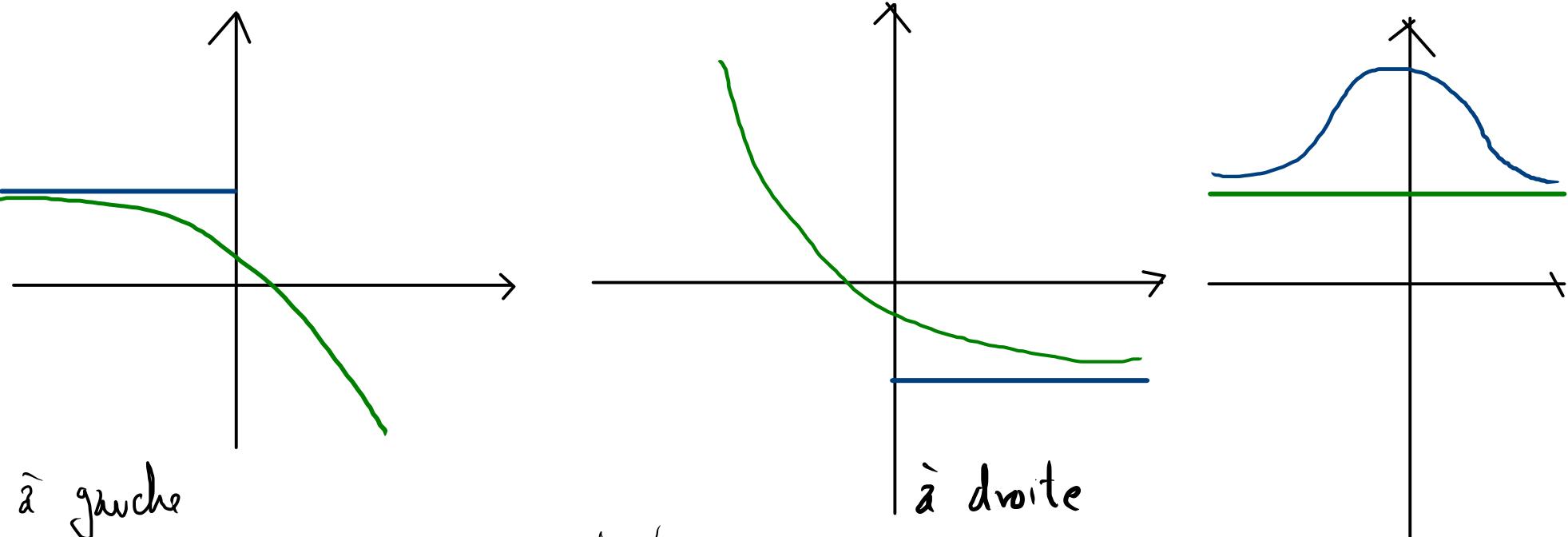
$$f(x) = [-x] + \frac{4x}{-x^2 + 4}$$

$y = -x$ est une AO

$$f(100) \approx \frac{100^3}{-100^2 + 4} \approx -100$$



On dit que $y = b$ est une asymptote horizontale
à droite (respectivement à gauche) d'une courbe $y = f(x)$
si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ (respectivement $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b$)



c) - d) - f)

f) $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^2 - 4} = x - 3 +$

$$\frac{4x - 10}{x^2 - 4}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 \quad + 2 \\ - x^3 \quad \quad - 4x \\ \hline -3x^2 + 4x + 2 \\ - \quad -3x^2 \quad \quad + 12 \\ \hline 4x - 10 \end{array} \left| \begin{array}{l} x^2 - 4 \\ \hline x - 3 \end{array} \right.$$

