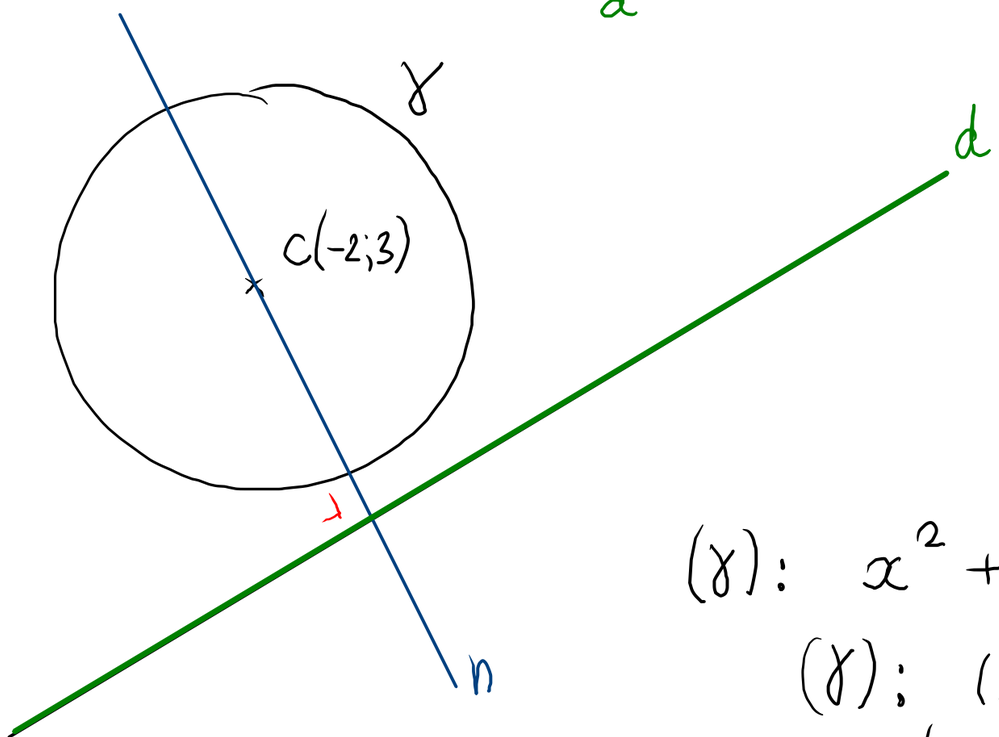
3.3.5 Déterminer l'équation du diamètre du cercle $x^2 + y^2 + 4\,x - 6\,y = 17$ qui est perpendiculaire à la droite $5\,x + 2y = 13$.

γ $\qquad$ d



$$(d):\quad 5x + 2y - 13 = 0$$

$$(h):\quad 2x - 5y + d = 0$$

$$(\gamma):\quad x^2 + 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 = 17 + 4 + 9$$

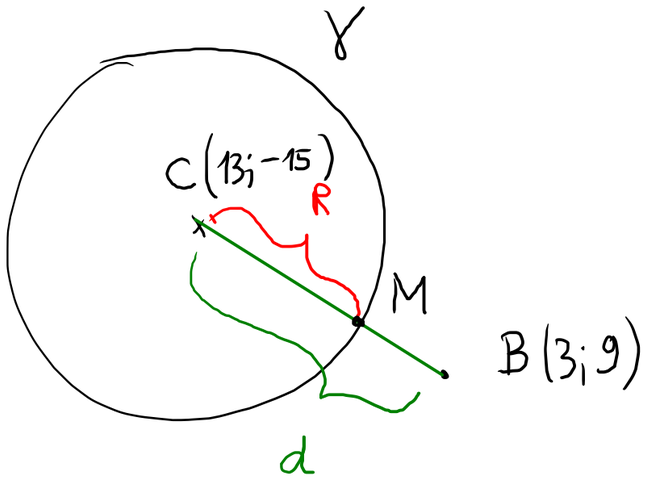
$$(\gamma):\quad (x+2)^2 + (y-3)^2 = 30$$

Centre $C(-2;\,3)$

$$C \in h:\quad 2\cdot(-2) - 5(3) + d = 0 \Rightarrow d = 19$$

Finalement : $\boxed{(h):\quad 2x - 5y + 19 = 0}$

3.3.6 Calculer la plus courte distance d'un point du cercle $\underbrace{x^2 + y^2 - 26\,x + 30\,y = -313}_{\gamma}$ au point $B(3;9)$.



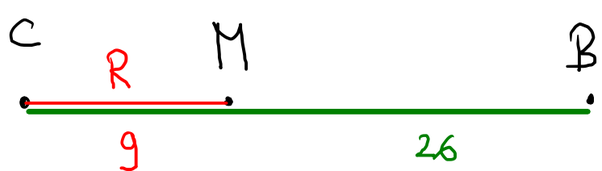
$C(13;-15)$ et $R = 9$

$d - R$

$$(\gamma): \quad x^2 - 26x + 13^2 + y^2 + 30y + 15^2 = -313 + 169 + 225$$

$$(x-13)^2 + (y+15)^2 = 81$$

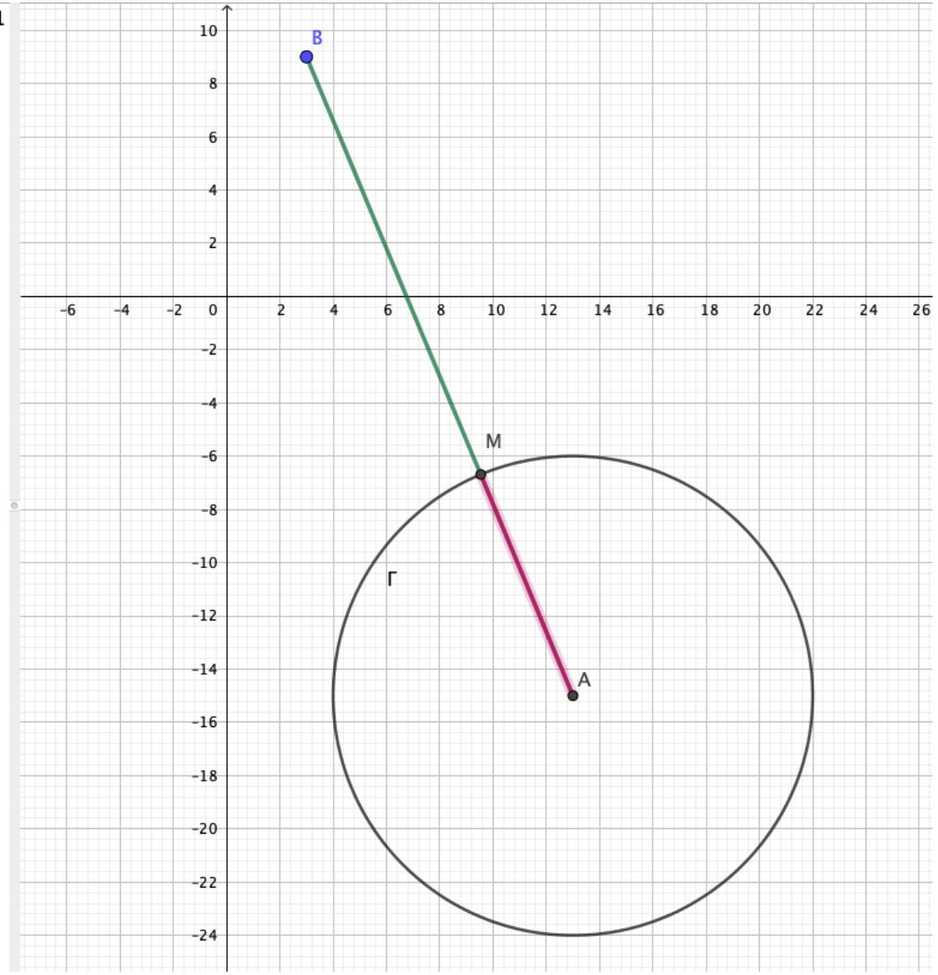
$$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 13 \\ -15 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -24 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 5 \\ -12 \end{pmatrix} \Rightarrow \quad \|\overrightarrow{BC}\| = 26$$



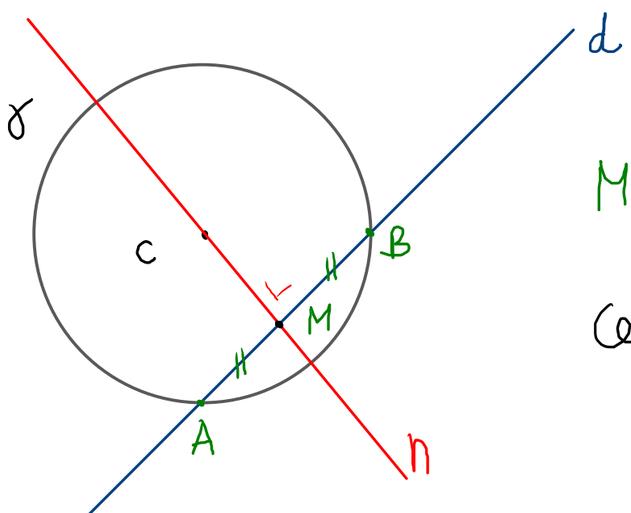
distance minimale : $26 - 9 = 17$

3.3.6

- $\Gamma: (x - 13)^2 + (y + 15)^2 = 81$
- $B = (3, 9)$
- $A = (13, -15)$
- $f = 26$
- $M = (9.53846, -6.69231)$
- $g = 9$



3.3.7 Déterminer l'équation du diamètre du cercle $\gamma : (x-2)^2 + (y+1)^2 = 25$ qui passe par le point milieu de la corde de support $d : 2x + y = 13$.



M milieu de AB

Centre $C(2;-1)$

La droite cherchée est la droite perpendiculaire à d passant par le centre C du cercle.

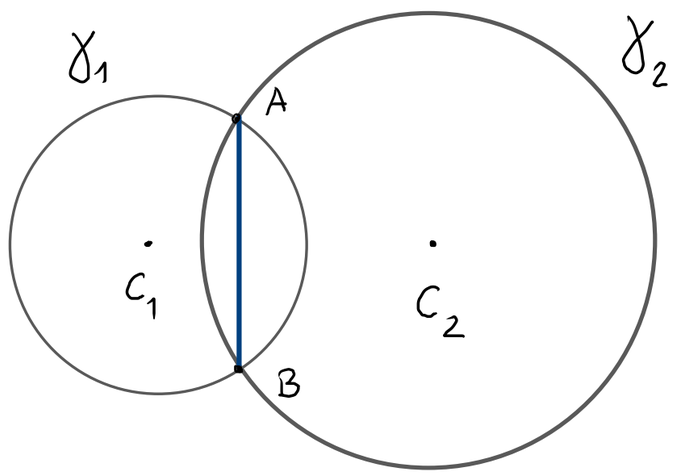
$(d) : \quad 2x + y - 13 = 0$

$(n) : \quad x - 2y + e = 0$

$C \in n : \quad 2 - 2(-1) + e = 0 \quad \Rightarrow e = -4$

droite cherchée $\boxed{x - 2y - 4 = 0}$

3.3.8 Calculer la longueur de la corde commune aux cercles $\gamma_1 : x^2 + y^2 = 10\,x + 10\,y$ et $\gamma_2 : x^2 + y^2 + 6\,x + 2\,y = 40$.



$\gamma_1 : (x-5)^2 + (y-5)^2 = 50$

$C_1(5;5)$ et $R_1 = 5\sqrt{2}$

$\gamma_2 : (x+3)^2 + (y+1)^2 = 50$

$C_2(-3;-1)$ et $R_2 = 5\sqrt{2}$

$\overrightarrow{C_1C_2} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -6 \end{pmatrix}$ $\quad \|\overrightarrow{C_1C_2}\| = 10$

Comme $C_1C_2 < R_1 + R_2$, γ_1 coupe γ_2.

Déterminons les deux points d'intersection. Résolvons le système.

$$\begin{array}{l} \gamma_1 : \\ \gamma_2 : \end{array} \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 - 10x - 10y = 0 \\ x^2 + y^2 + 6x + 2y = 40 \end{array} \right. \left| \begin{array}{l} \cdot(-1) \\ \cdot 1 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} AB : \\ \gamma_1 : \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 16x + 12y = 40 \\ x^2 + y^2 - 10x - 10y = 0 \end{array} \right. \left| \div 4 \right.$$

corde commune aux deux cercles

$$\begin{array}{l} AB \\ \gamma \end{array} \begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ x^2 + y^2 - 10x - 10y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} AB \\ (*) \end{array} \begin{cases} y = \dfrac{-4x+10}{3} \\ x^2 + \left(\dfrac{-4x+10}{3}\right)^2 - 10x - 10 \cdot \dfrac{-4x+10}{3} = 0 \end{cases} \quad \Big| \; CL$$

Résolvons $(*)$: $x^2 + \dfrac{16x^2 - 80x + 100}{9} - 10x - \dfrac{-40x+100}{3} = 0 \quad \Big| \; \cdot 9$

$$9x^2 + 16x^2 - 80x + 100 - 90x + 120x - 300 = 0 \quad \Big| \; CL$$

$$25x^2 - 50x - 200 = 0 \quad \Big| \; \div 25$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x-4)(x+2) = 0$$

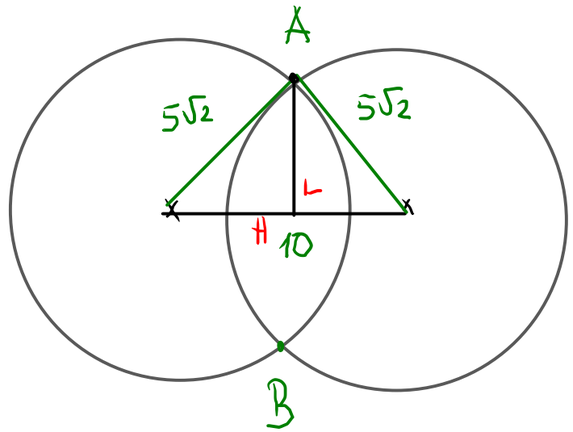
Revenons au système :

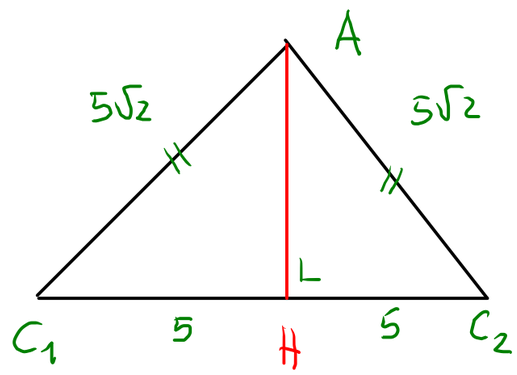
$$\begin{cases} x = 4 \\ y = \dfrac{-16+10}{3} = -2 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x = -2 \\ y = \dfrac{8+10}{3} = 6 \end{cases}$$

$$A(4;-2) \quad \text{ou} \quad B(-2;6)$$

Longueur de la corde commune : $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -6 \\ 8 \end{pmatrix}$, $\|\overrightarrow{AB}\| = 10$

Avec la trigo





$$AH^2 = (5\sqrt{2})^2 - 5^2$$

$$= 50 - 25 = 25$$

$$\Rightarrow AH = 5 \Rightarrow AB = 10$$

3.3.9 Déterminer les équations des cercles qui ont leur centre sur la droite $4\,x - 5\,y = 3$ et qui sont tangents aux deux droites $2\,x = 3\,y + 10$ et $2\,y = 3\,x + 5$.

(a) : $2x - 3y - 10 = 0$

(b) $3x - 2y + 5 = 0$

(c) $4x - 5y - 3 = 0$