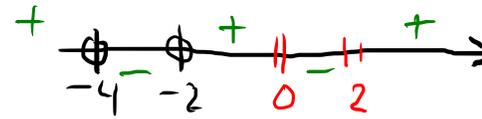


31.01.20

2.7.6 Déterminer a , b et c sachant que la fonction f définie par

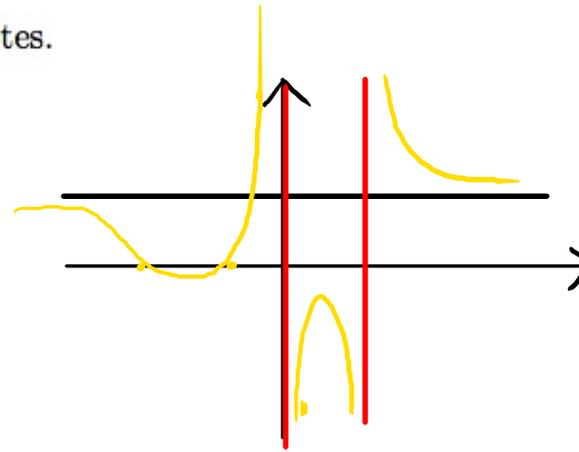
$$f(x) = \frac{ax^2 + 6x + 8}{x^2 + bx + c}$$

admet les droites $x = 0$, $x = 2$ et $y = 1$ comme asymptotes.

1) $x = 0$: AV

2) $x = 2$: AV

3) $y = 1$: AH



$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1 = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2}{x^2} \Rightarrow a = 1$$

1) et 2) $x = 0$ et $x = 2$ annule le dénominateur

$$x^2 + bx + c = x(x-2)$$

$$= x^2 - 2x \Rightarrow b = -2, c = 0$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 6x + 8}{x(x-2)} = \frac{(x+4)(x+2)}{x(x-2)}$$

$$\underline{x}^2 + 6x + 8 = \underline{x}^2 - 2x$$

$$8x = -8$$

$$x = -1$$

2.7.7 Déterminer a , b et c sachant que la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx}{x + c}$$

admet les droites $x = 3$ et $y = x + 2$ comme asymptotes.

1) AV : $x = 3 \Rightarrow c = -3$

2) AO : $y = x + 2 \Rightarrow a = 1$

$$f(x) = \frac{x^2 + bx}{x - 3}$$

$$\begin{array}{r|l} ax^2 + bx & x - 3 \\ - \underline{x^2 - 3x} & \underline{x + 2} \\ \hline (b+3)x & \\ - \underline{2x - 6} & \end{array}$$

$$(b+3-2)x + 6$$

$$b+3-2=0 \Rightarrow b = -1$$

$$f(x) = \frac{x^2 - x}{x - 3}$$

Avec les formules :

$$h = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x^2 + bx}{x - 3} - x \right) =$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + bx - x^2 + 3x}{x - 3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{bx + 3x}{x - 3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x(b+3)}{x \left(1 - \frac{3}{x}\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{b+3}{1} = 2$$

$$b = -1$$

2.7.8 Déterminer a , b , c et d sachant que la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$$

dont le graphe passe par le point $A(2; -2)$ et qui admet les droites $x = -3$ et $y = -2x + 1$ comme asymptotes.

$$1) \quad A(2; -2) \quad \Rightarrow \quad f(2) = -2$$

$$2) \quad AV : x = -3 \quad \Rightarrow \quad d = 3$$

$$3) \quad AO : y = -2x + 1 \quad \Rightarrow \quad a = -2$$

$$2) \text{ et } 3) \quad f(x) = \frac{-2x^2 + bx + c}{x + 3}$$

$$1) \quad f(2) = \frac{-2 \cdot 4 + b \cdot 2 + c}{2 + 3} = \frac{-8 + 2b + c}{5} = -2$$

$$\Rightarrow -8 + 2b + c = -10 \quad \Rightarrow \quad 2b + c = -2$$

Par Horner :

	-2	b	c
(-3)		6	-3b-18
	-2	b+6	-3b+c-18

$$b + 6 = 1 \quad \Rightarrow \quad b = -5$$

$$\text{Donc } 2b + c = -2 \quad \Rightarrow \quad c = -2 + 10 = 8$$

$$\text{Finalement } f(x) = \frac{-2x^2 - 5x + 8}{x + 3}$$