Exercice 1.2.2 e)

e) $\frac{2}{3}n^3 + n^2 + \frac{1}{3}n$ est un nombre pair $\forall n \in \mathbb{N}^*$

① vraie pour $n = 1$: $\frac{2}{3} + 1 + \frac{1}{3} = 2$ ✓

② $x(n) = \frac{2}{3}n^3 + n^2 + \frac{1}{3}n$ est un nombre pair $\Rightarrow x(n+1)$ est un nombre pair,

$$\frac{2}{3}(n+1)^3 + (n+1)^2 + \frac{1}{3}(n+1) = \boxed{\frac{2}{3}n^3} + 2n^2 + 2n + \frac{2}{3} + \boxed{n^2} + 2n + 1 + \boxed{\frac{1}{3}n} + \frac{1}{3} =$$

$$\underbrace{\boxed{\frac{2}{3}n^3 + n^2 + \frac{1}{3}n}}_{2K} + \underbrace{2n^2 + 4n + 2}_{2(n^2+2n+1)} = 2(K + K') \text{ qui est un}$$

multiple de 2.

La relation est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$