3M6 – 25 septembre 2020 Nom : ........................

# Géométrie III – TE n° 748

## Problème 1

Former une équation paramétrique matricielle de la droite $d$ qui passe par le point $A$ et qui est parallèle au vecteur $\vec{v}$.

$$A(-2;3;0) \quad \text{et} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad k \in \mathbb{R}$$

## Problème 2

Former un système d'équations paramétriques de la droite $g$ donnée par ses équations cartésiennes.

$$(g) : \frac{x-5}{5} = \frac{y+8}{4} = z+2$$

$$(g) : \begin{cases} x = 5 + 5k \\ y = -8 + 4k \\ z = -2 + k \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}$$

## Problème 3

Former des équations cartésiennes de la droite $h$ qui passe par $A(2;3;5)$ et est perpendiculaire au plan $(\alpha) : 3x - 2y + z = 0$.

$$\vec{d}_h = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(h) : \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-5}{1}$$

**Problème 4** I

Trouver le point d'intersection des droites $d_1$ et $d_2$.

$$(d_1) : \frac{x-4}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{-3}$$

$$(d_2) : \frac{x+2}{3} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+3}{5}$$

$(d_1)$ : $\begin{cases} x = 4+3k \\ y = 2-k \quad , k\in\mathbb{R} \\ z = -1-3k \end{cases}$ $(d_2)$ : $\begin{cases} x = -2+3t \\ y = 5-2t \quad t\in\mathbb{R} \\ z = -3+5t \end{cases}$

$\begin{cases} 4+3k = -2+3t \\ 2-k = 5-2t \\ -1-3k = -3+5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3k-3t = -6 \\ -k+2t = 3 \\ -3k-5t = -2 \end{cases}$ $\begin{array}{c|c} k & t \\ \cdot 1 & 2 \\ \cdot 3 & 3 \end{array}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3t = 3 \\ 3k = -3 \\ 3k+5t = +2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ k = 1 \\ 3\cdot(-1)+5\cdot 1 = 2 \checkmark \end{cases}$ $\Rightarrow$ $k=-1$ dans $d_1$ $I(1;3;2)$

$t=1$ dans $d_2$ $I(1;3,2)$

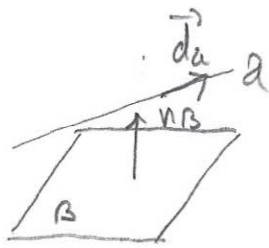
**Problème 5**

Montrer que la droite

$$(a) : \frac{x-7}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-1}{-4}$$

est parallèle au plan

$$(\beta) : 4x - 2y \overset{+z}{+} 3 = 0$$




$\vec{n}_\beta = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{d}_a = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix}$ $A(7,2,1) \in a$

1) $\vec{n}_\beta \cdot \vec{d}_a = 12-8-4 = 0 \Rightarrow \vec{n}_\beta \perp \vec{d}_a$

2) A dans $\beta$ ? : $4\cdot 7 - 2\cdot 2 + 1 + 3 \neq 0$ , donc

a pas contenue dans $\beta$ $\Rightarrow$ $a \perp \beta$

## Problème 6

Déterminer une équation cartésienne du plan $\gamma$ passant par le point $P(4;2;1)$ et contenant la droite $(d)$ : $\begin{cases} x &= 2+k \\ y &= 1-3k \\ z &= 3+k \end{cases}$

$D(2;1;3) \in d$

$\overrightarrow{DP} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

$$(\gamma) : \begin{cases} x = 2 + k + 2t \\ y = 1 - 3k + t \\ z = 3 + k - 2t \end{cases} \quad \begin{array}{c|c} k & k \\ 3 & \\ 1 & 1 \\ & 3 \end{array}$$

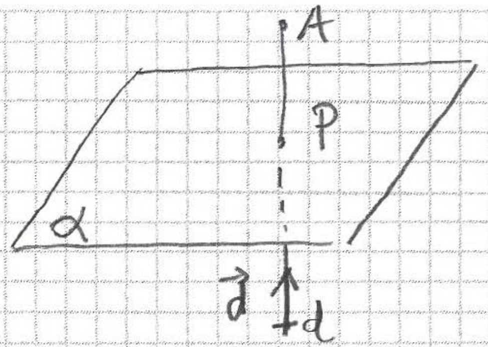
$$(\gamma) : \begin{cases} 3x + y = 7 + 7t \\ \quad y + 3z = 10 - 5t \end{cases} \quad \begin{array}{|c} 5 \\ 7 \end{array}$$

$(\gamma) : 15x + 12y + 21z = 105 \quad | \div 3$

$(\gamma) : 5x + 4y + 7z - 35 = 0$

**Problème 7**

Déterminer les coordonnées du point $P$ obtenu par la projection orthogonale du point $A(5;5;1)$ sur le plan d'équation $(\alpha) : 2x + 2y - z = 1$.




$$\vec{n}_\alpha = \begin{pmatrix}2\\2\\-1\end{pmatrix} = \vec{d}$$

$$(d) : \begin{cases} x = 5 + 2k \\ y = 5 + 2k \\ z = 1 - k \end{cases}$$

$$d \cap \alpha : \quad 2(5+2k) + 2(5+2k) - (1-k) = 1$$

$$9k = -18$$

$$k = -2$$

$$P(1; 1; 3)$$