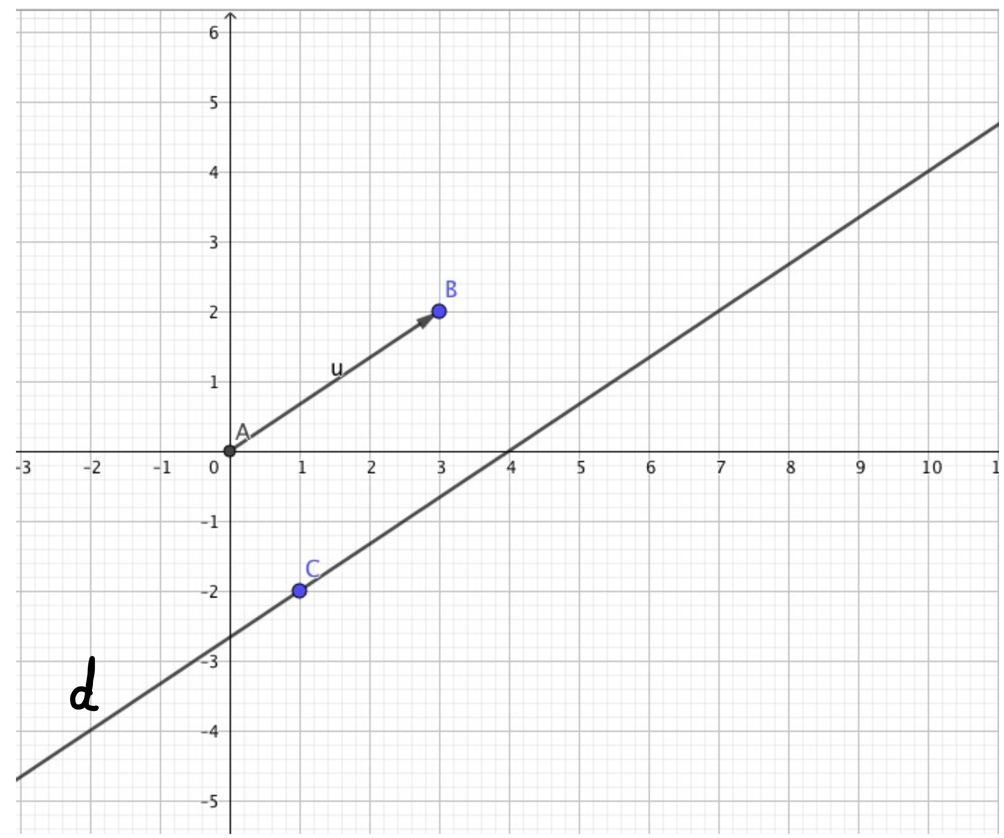
01.09.202

Plan

$A(1; -2)$ $\qquad \vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$



$$(d): \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$(d): \begin{cases} x = 1 + 3k & \left| \cdot 2 \right. \\ y = -2 + 2k & \left| \cdot (-3) \right. \end{cases}$$

k

$$(d): 2x - 3y = 8 \iff 2x - 3y - 8 = 0$$

$(d) : 2x - 3y - 8 = 0$ $\qquad m_d = \frac{2}{3}$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$y = mx + h$$

$$2x - 3y - 8 = 0$$

$$-3y = -2x + 8 \quad \Big| \div (-3)$$

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{-8}{3}$$

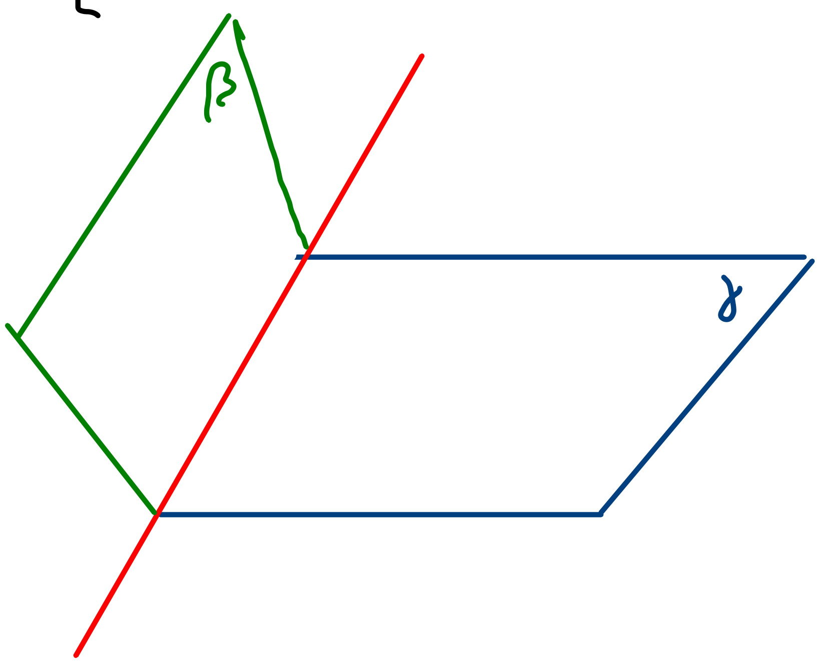
$$\begin{cases} 2x - 3y - 8 = 0 \\ y = k \end{cases} \iff \begin{cases} x = \frac{3}{2}k + 4 \\ y = k \end{cases}$$

$$\iff \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Espace

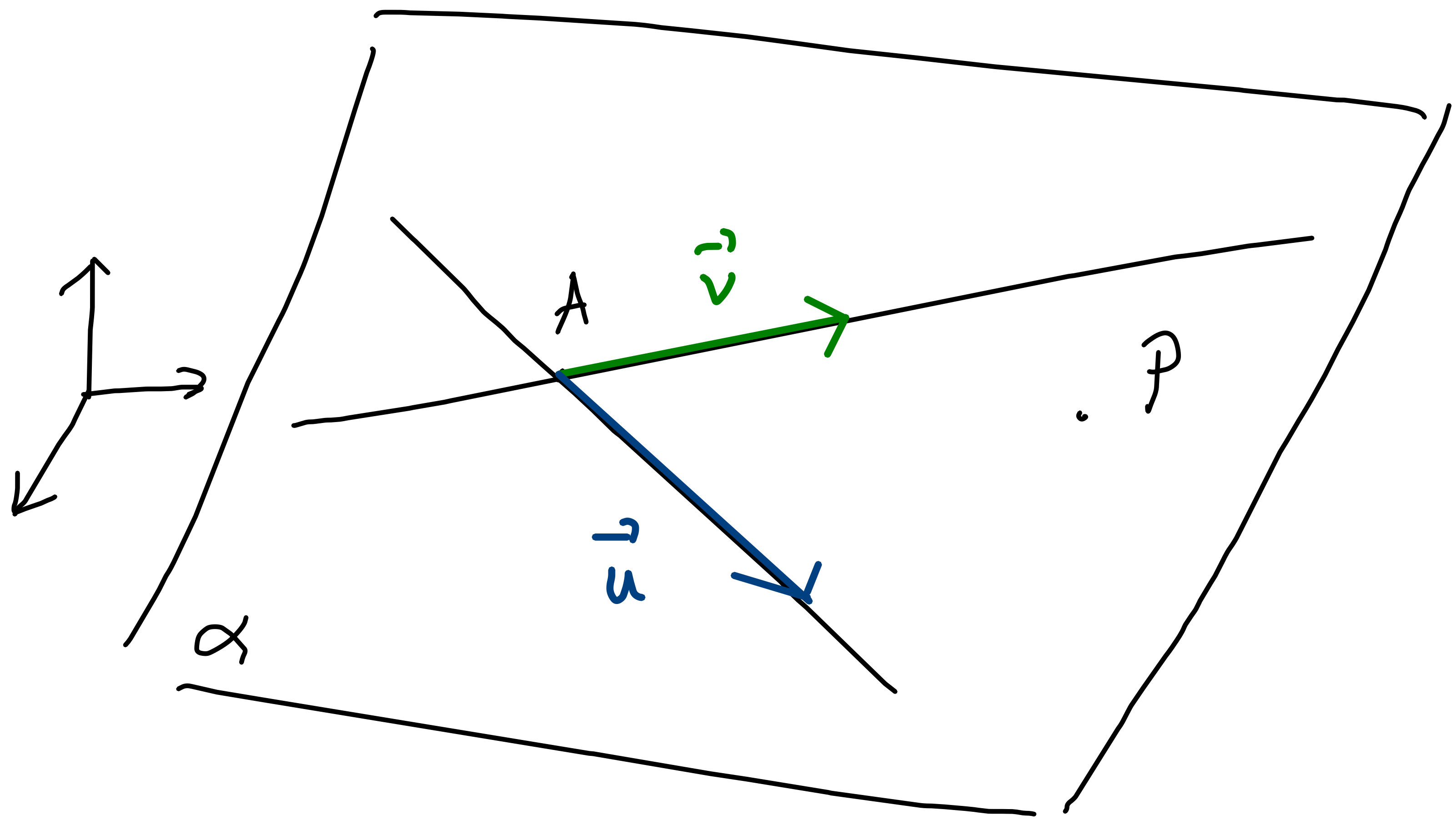
Droite

$$(d): \begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z + d_1 = 0 & (\beta) \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z + d_2 = 0 & (\gamma) \end{cases}$$



Plan

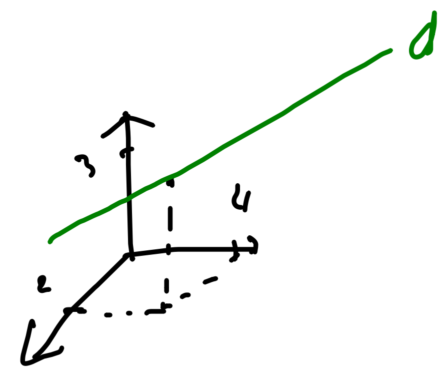
$$(\alpha) : ax + by + cz + d = 0$$



$$\vec{OP} = \vec{OA} + s\,\vec{u} + t\,\vec{v}$$

1) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite qui passe par les points $A(1;2;-1)$ et $B(2;4;3)$.

2) Déterminer ensuite un système d'équations cartésiennes de cette droite.



1)

$$d \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

k

2)

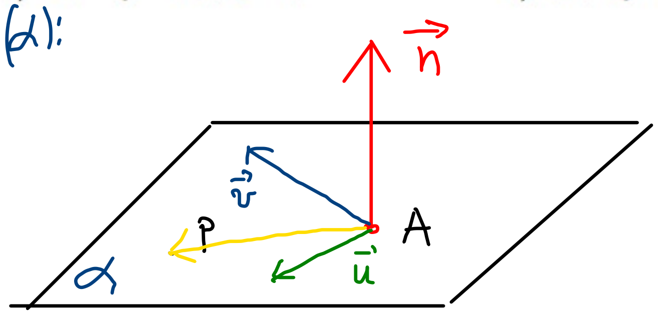
$$\left\{ \begin{array}{l} x = 2 + k \\ y = 4 + 2k \\ z = 3 + 4k \end{array} \right. \quad \begin{array}{l|l|l} \cdot 2 & 4 & \\ \cdot(-1) & & \cdot 2 \\ & (-1) & (-1) \end{array} \iff \left\{ \begin{array}{l} 2x - y = 0 \\ 4x - z = 5 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x - y = 0 \\ 2y - z = 5 \end{array} \right.$$

3.5.4 Calculer les composantes d'un vecteur normal à chacun des plans suivants :

a) $2x - y - 2z + 5 = 0$ b) $x + 5y - z = 0$

(α):



$\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v}$

Cherchons $\vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ tel $\vec{n} \perp \alpha$

Soit $A(a_1, a_2, a_3)$ et $P(x, y, z)$ dans α.

Nous avons $\vec{AP} \cdot \vec{n} = 0$

$$\vec{AP} = \vec{OP} - \vec{OA} = \begin{pmatrix} x - a_1 \\ y - a_2 \\ z - a_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AP} \cdot \vec{n} = (x - a_1) \cdot a + (y - a_2) \cdot b + (z - a_3) c = 0$$

$$(\alpha) : \boxed{ax + by + cz - (a_1 a + a_2 b + a_3 c) = 0}$$

3.5.4 Calculer les composantes d'un vecteur normal à chacun des plans suivants :

a) $2x - y - 2z + 5 = 0$ b) $x + 5y - z = 0$

$\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$

Produit vectoriel

$$\begin{pmatrix}1\\2\\-3\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}4\\-5\\1\end{pmatrix} = \left|\begin{matrix} e_1 & 1 & 4 \\ e_2 & 2 & -5 \\ e_3 & -3 & 1\end{matrix}\right| \begin{matrix} e_1 & 1\\ e_2 & 2 \\ e_3 & -3\end{matrix}$$

$$- \quad - \quad - \qquad + \quad + \quad +$$

$$\begin{pmatrix} 2\cdot 1 - (-5)\cdot(-3) \\ -\left(1\cdot 1 - 4\cdot(-3)\right) \\ 1\cdot(-5) - 2\cdot 4\end{pmatrix}$$

b) qui passe par $P(-6; 10; 16)$ et est perpendiculaire à la droite

$$d : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} -8 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$$

avec $k \in \mathbb{R}$;

$$\sim \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$2x - y - 2z + d = 0$$

$$-12 - 10 - 32 + d = 0 \Rightarrow d = 54$$