03.09.20

3.5.6 Déterminer l'équation cartésienne de chacun des plans de l'exercice 3.5.2.

a) qui passe par $A(1;-2;3)$ et a pour vecteurs directeurs

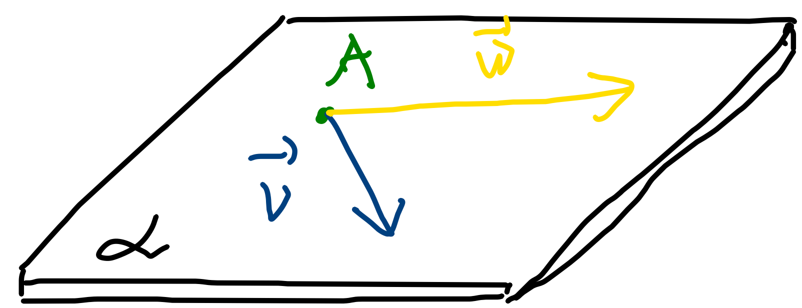
$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ -3 \end{pmatrix}$$

b) qui passe par les points $A(2;5;1)$, $B(-1;7;0)$ et qui est parallèle au vecteur

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

c) qui passe par $A(1;-2;3)$, $B(5;2;1)$ et $C(2;5;2)$,

d) qui passe par $A(5;2;-2)$ et est parallèle au plan Oxy,



$$\begin{array}{l|l} & K \\ \begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = -2 - 2K + 8t \\ z = 3 + 2K - 3t \end{cases} & \begin{array}{l} \\ \cdot 1 \\ \cdot 1 \end{array} \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 5t \\ y + z = 1 + 5t \end{cases} \quad \begin{array}{|l} \cdot 1 \\ \cdot(-1) \end{array}$$

$$(\alpha): x - y - z = 0$$

3.5.6

b) qui passe par les points $A(2;5;1)$, $B(-1;7;0)$ et qui est parallèle au vecteur

$$\vec{v} = \begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}-3\\2\\-1\end{pmatrix}$$

$$(\beta): \left\{ \begin{array}{l} x = 2 + k - 3t \\ y = 5 - k + 2t \\ z = 1 + k - t \end{array} \right. \quad \begin{array}{|c|c} k & k \\ \cdot 1 & \\ \cdot 1 & \cdot 1 \\ & \cdot 1 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y = 7 - t \\ y + z = 6 + t \end{array} \right. \quad \begin{array}{|c} \cdot 1 \\ \cdot 1 \end{array}$$

$$x + 2y + z = 13$$

La même chose avec un calcul de déterminant :

$$\begin{vmatrix} \boxed{\begin{matrix} x-2 \\ y-5 \\ z-1 \end{matrix}} & \begin{matrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{matrix} & \begin{matrix} -3 \\ 2 \\ -1 \end{matrix} \end{vmatrix} = 0$$

$P(x,y,z)$

$A(2;5;1)$

$\overrightarrow{AP}$

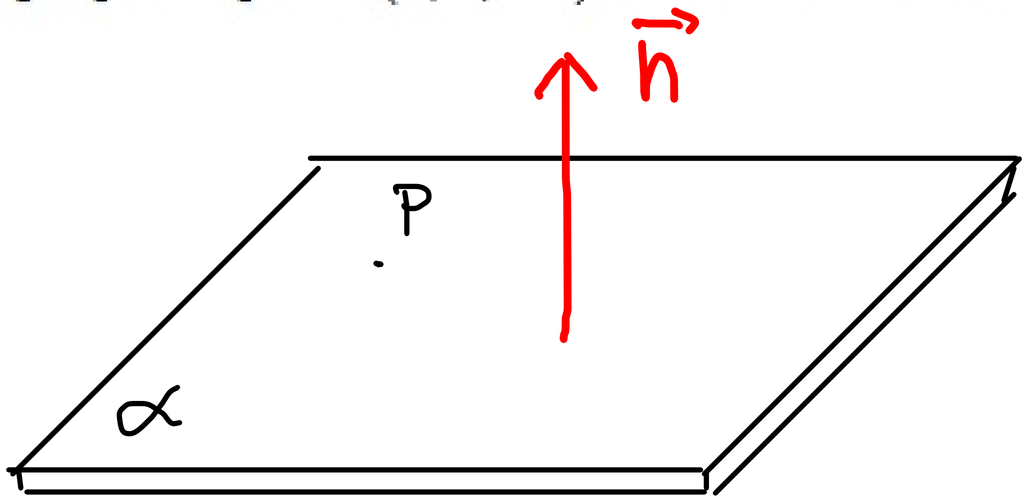
$$\left| \begin{array}{ccc|cc} x-2 & 1 & -3 & x-2 & 1 \\ y-5 & -1 & 2 & y-5 & -1 \\ z-1 & 1 & -1 & z-1 & 1 \end{array} \right. \begin{array}{l} = (x-2) + 2(z-1) - 3(y-5) \\ \quad - 3(z-1) - 2(x-2) + (y-5) = 0 \end{array}$$

$$-x - 2y - z - 2 - 2 + 15 + 3 + 4 - 5 = 0$$

$$-x - 2y - z + 13 = 0$$

3.5.5 Déterminer l'équation cartésienne du plan α : $\vec{n}$

a) qui passe par $P(2;1;-1)$ et est normal au vecteur $(1;-2;3)$;



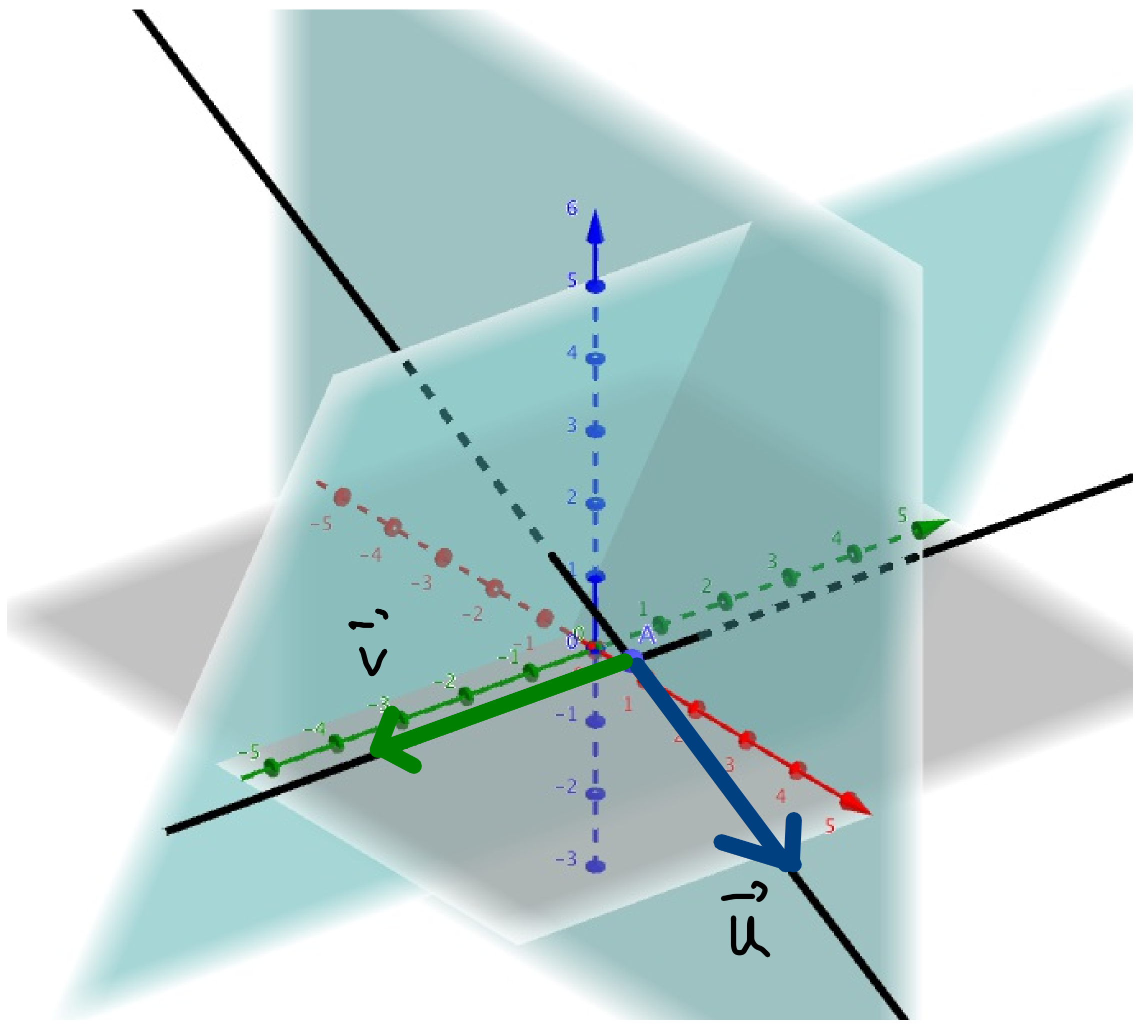
$\vec{n} \perp \alpha$, $\vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

(α) : $ax + by + cz + d = 0$

(α) : $x - 2y + 3z + d = 0$

$P \in \alpha$: $2 - 2 - 3 + d = 0 \Rightarrow d = 3$

3.5.7 Déterminer l'équation cartésienne du plan α qui passe par $A(2; -1; 1)$ et qui est perpendiculaire aux plans d'équation $\underset{\beta}{2x - z + 1 = 0}$ et $\underset{\gamma}{y = 0}$.



$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \perp \beta$$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \perp \gamma$$

$$(\alpha) : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Cartésienne à paramétrique

$$\begin{cases} 2x + y - z + 15 = 0 \\ x = K \\ y = t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = K \\ y = t \\ z = 2K + t + 15 \end{cases}$$

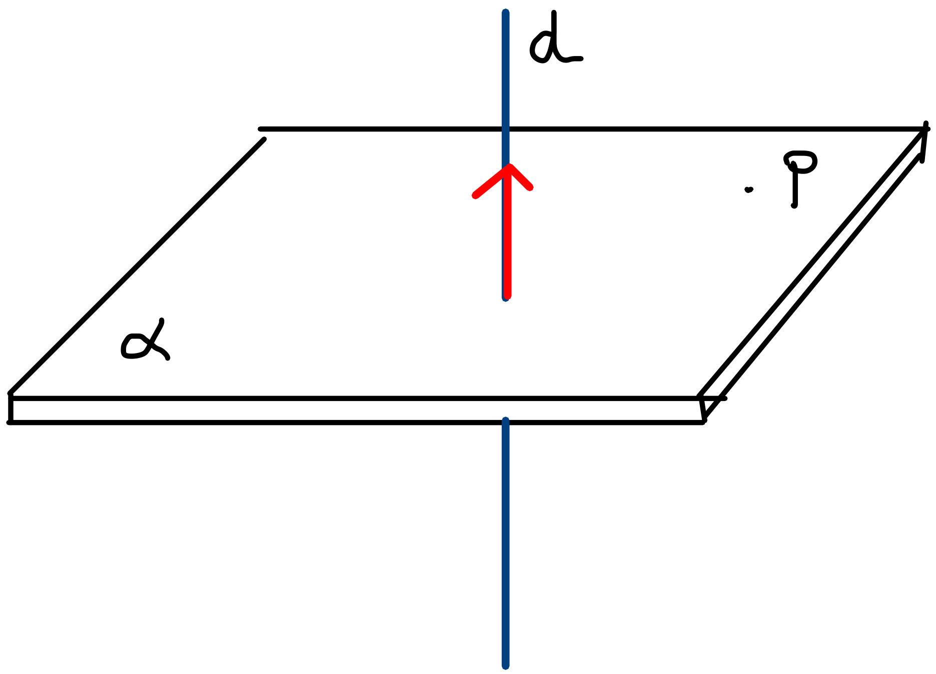
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 15 \end{pmatrix} + K \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

3.5.5

b) qui passe par $P(-6;10;16)$ et est perpendiculaire à la droite

$$d : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} -8 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$$

avec $k \in \mathbb{R}$;



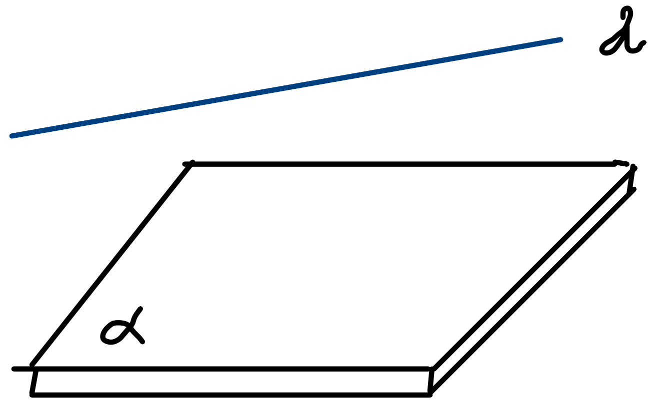
$$\vec{n} = \begin{pmatrix} -8 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$(\alpha) : \quad -2x + y + 2z + d = 0$

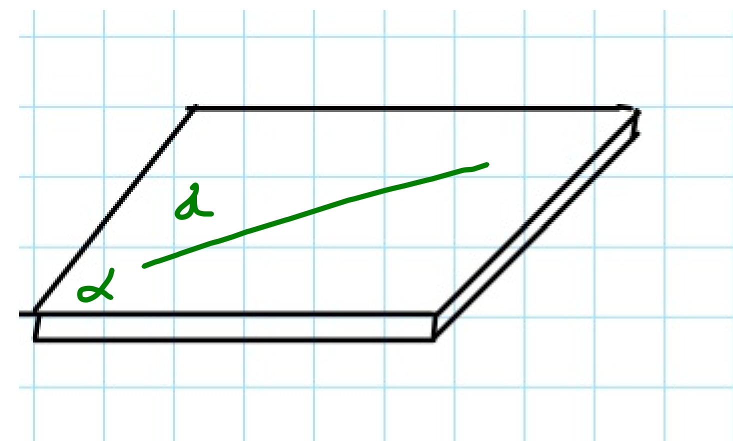
$P \in \alpha, \Rightarrow \ldots$

3.5.12 Une droite et un plan sont donnés par leurs équations. Déterminer si ils sont concourants, parallèles ou inclus l'un dans l'autre et, selon les cas, leur intersection.

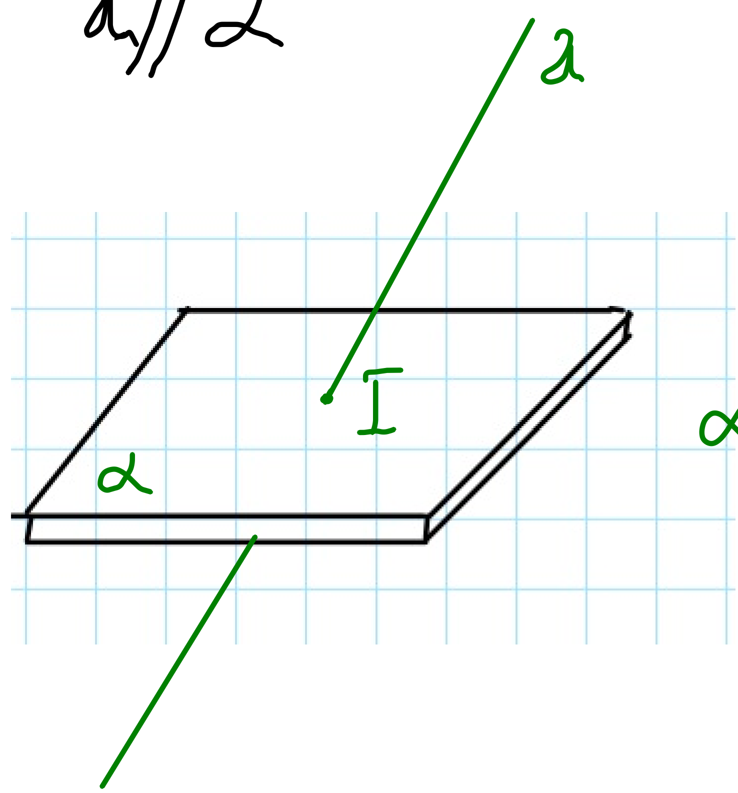
a) $d : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$, avec $k \in \mathbb{R}$ $\quad \alpha : 2x + y - z + 15 = 0$



$d \parallel \alpha$



$d \subset \alpha$



$\alpha \cap d = \{ I \}$