16.02.21

2.3.18 Étudier les fonctions suivantes :

a) $f(x) = e^{-x^2}$

1) $ED(f) = \mathbb{R}$

2) Parité : $f(-x) = e^{-(-x)^2} = e^{-x^2} = f(x)$ f paire

symétrie par rapport à Oy

3) Tableau des signes :

x	
$f(x)$	$+$

4) AV : aucune $\notin ED(f)$

AH/AO $\lim_{x \to +\infty} e^{-x^2} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{e^{x^2}} = 0$

Donc $y = 0$ est un AHD et aussi une AHG

5) Croissance : $f'(x) = e^{-x^2} \cdot (-x^2)' = -2x\, e^{-x^2}$

Tableau des signes :

x		0	
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\nearrow$	max	$\searrow$

max $(0, 1)$

6) Courbure : $f''(x) = -2\left(x e^{-x^2}\right)'$

$= -2\left[e^{-x^2} + x \cdot e^{-x^2} \cdot (-2x)\right]$

$= -2 e^{-x^2}\left[1 - 2x^2\right]$

$= 2 e^{-x^2}\left(2x^2 - 1\right)$

x		$\sqrt{2}/2$		$\sqrt{2}/2$	
$f''(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\cup$	pi	$\cap$	pi	$\cup$

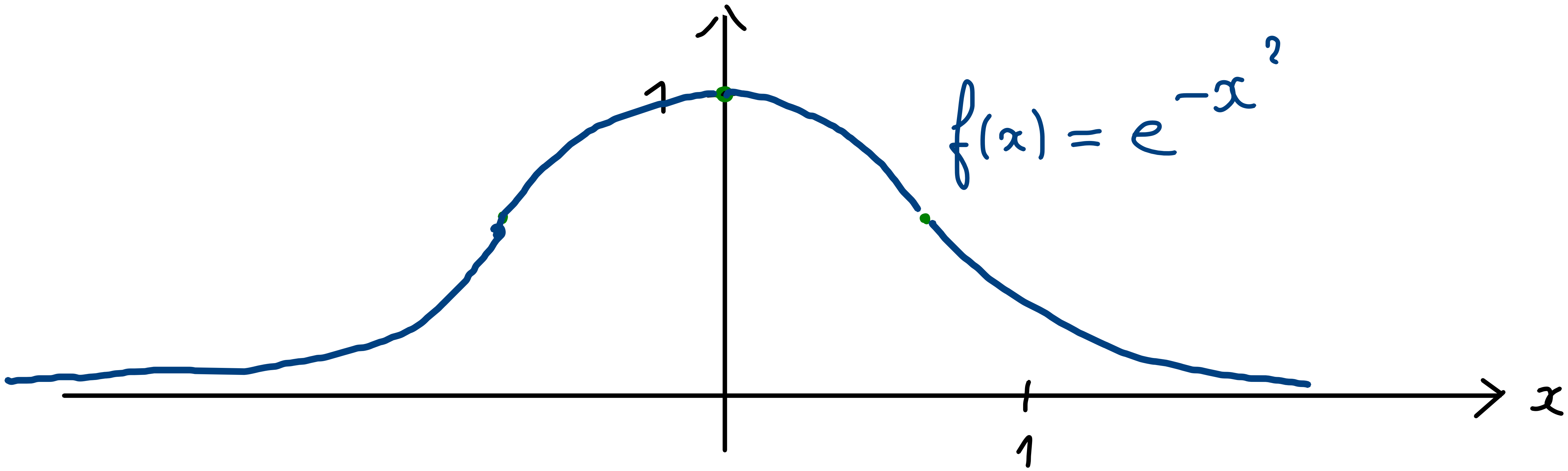
$pi_1\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} ; e^{-1/2}\right)$

$pi_2\left(\frac{\sqrt{2}}{2} ; e^{-1/2}\right)$

$e^{-1/2} \cong 0{,}6$

$f''(x) = 0 \iff 2x^2 - 1 = 0$

$x^2 = \frac{1}{2} \iff x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$



1
$f(x) = e^{-x^2}$
x
1

e) $f(x) = \dfrac{e^x + 2}{1 - 3e^x}$