

Fonctions (chapitre 3) – TE 775A**Problème 1 (8 points)**Déterminer l'ensemble de définition D des fonctions suivantes.

a) $f(x) = \frac{x^2 + 4}{x^2 + 2x - 15}$

b) $f(x) = \frac{x^3 - 8}{x^2 - 9} - \frac{x - 3}{x - 4}$

a) $x^2 + 2x - 15 = 0$
 $(x+5)(x-3) = 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} - \{-5; 3\}$

b) $x^2 - 9 = 0$
 $(x-3)(x+3) = 0$
 $x - 4 = 0$
 $x = 4$
 $\Rightarrow D = \mathbb{R} - \{-3; 3; 4\}$

c) $f(x) = \sqrt{5x + 35}$

d) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+2}}$

$$\begin{array}{l|l} \text{c)} & 5x + 35 \geq 0 \\ & 5x \geq -35 \\ & x \geq -7 \end{array}$$

$$D = [-7; +\infty[$$

$$\begin{array}{l} \text{d)} \quad x + 2 > 0 \\ \quad \quad x > -2 \end{array}$$

$$D =]-2; +\infty[$$

Problème 2 (10 points)

Étudier le signe des fonction suivantes.

a) $f(x) = -x^2 - 2x + 8$

b) $f(x) = x^3 + 6x^2 - 7x - 60$

a) $-x^2 - 2x + 8 = 0$

zéro : $-x^2 - 2x + 8 = 0$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x+4)(x-2) = 0$$

x	-4	2
$f(x)$	-	+

b) $f(3) = 27 + 54 - 21 - 60 = 0 \Rightarrow (x-3) / f(x)$

Horner :

1	6	-7	-60
(3)	3	27	80
1	9	20	0

$$f(x) = (x-3)(x^2 + 9x + 20) = (x-3)(x+4)(x+5)$$

x	-5	-4	3
$f(x)$	-	+	-

Problème 3 (12 points)

Résoudre les inéquations suivantes.

a) $\frac{3x-2}{2} + \frac{7}{6} < \frac{1}{3} + \frac{5x}{4}$

b) $\frac{(2x+1)^2 - 4}{x^2 - 4x} \geq 0$

a) $\frac{3x-2}{2} + \frac{7}{6} < \frac{1}{3} + \frac{5x}{4} \quad | \cdot 12$

$$6(3x-2) + 14 < 4 + 15x$$

$$18x - 12 + 14 < 4 + 15x$$

$$3x < 2$$

$$x < \frac{2}{3}$$

$$S =]-\infty; \frac{2}{3}[$$

b) $\frac{4x^2 + 4x + 1 - 4}{x(x-4)} \geq 0$

$$\frac{4x^2 + 4x - 3}{x(x-4)} \xrightarrow{f(x)} \geq 0$$

$$4x^2 + 4x - 3 = 0$$

$$\Delta = 16 + 48 = 64$$

$$x_1 = \frac{-4-8}{8} = -\frac{12}{8} = -\frac{3}{2}$$

$$(2x+3)(2x-1) = 0$$

$$x_2 = \frac{-4+8}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

x	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	4
$f(x)$	+	0	-	+

Zéro : $-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 0; 4$

$$S =]-\infty; -\frac{3}{2}] \cup]0; \frac{1}{2}] \cup]4; +\infty[$$