02.11.21

2.3.18 Factoriser :

a) $x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 6x$ b) $x^5 + 3x^4 - 16x - 48$ c) $6x^4 - 5x^3 - 23x^2 + 20x - 4$

a) $p = x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 6x$

$= x\,(\underbrace{x^3 + 2x^2 - 5x - 6}_{p_1})$. Posons $p_1 = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

Cherchons les zéros de p_1.

$p_1(1) = 1 + 2 - 5 - 6 \neq 0$

$p_1(-1) = -1 + 2 + 5 - 6 = 0 \Rightarrow x+1 \,/\, p_1$

Effectuons la division de p_1 par $x+1$:

$$\begin{array}{rl|l} & x^3 + 2x^2 - 5x - 6 & x+1 \\ \hline - & x^3 + x^2 & x^2 + x - 6 \\ \hline & x^2 - 5x & \\ - & x^2 + x & \\ \hline & -6x - 6 & \\ & -6x - 6 & \\ \hline & 0 & \end{array}$$

$148 \,|\, 2$; 74

$148 = 2 \cdot 74$

$74 \,|\, 2$; 37

$74 = 2 \cdot 37$

Nous obtenons $p_1 = (x+1)(\underbrace{x^2 + x - 6}_{p_2})$

Factorisons $p_2 = x^2 + x - 6$:

$p_2 = (x-2)(x+3)$

[ou avec Δ : $\Delta = 1 + 24 = 25 = 5^2 \Rightarrow x_1 = \frac{-1-5}{2} = -3$ et $x_2 = \frac{-1+5}{2} = 2$

$p_2 = (x+3)(x-2)$]

Finalement : $\boxed{p = x(x+1)(x+3)(x-2)}$

b) $x^5+3x^4-16x-48$

7004

Posons $p = x^5+3x^4-16x-48$

• $p(2)=0 \Rightarrow x-2 \,/\, p$

Effectuons la division

$$
\begin{array}{rl|l}
 & x^5+3x^4 \;\dots\;\dots -16x-48 & x-2 \\
\hline
- & x^5-2x^4 & x^4+5x^3+10x^2+20x+24 \\
 & 5x^4 & \\
- & 5x^4-10x^3 & \\
 & 10x^3 & \\
- & 10x^3-20x^2 & \\
 & 20x^2-16x & \\
- & 20x^2-40x & \\
 & 24x-48 & \\
- & 24x-48 & \\
 & 0 &
\end{array}
$$

On a : $p=(x-2)\underbrace{(x^4+5x^3+10x^2+20x+24)}_{P_1}$

Déterminons les zéros de P_1 :

$P_1(-2)=0 \Rightarrow x+2 \,/\, P_1$

$P_1(-3)=0 \Rightarrow x+3 \,/\, P_1$

Effectuons la division par $(x+2)(x+3)$

$$
\begin{array}{rl|l}
 & x^4+5x^3+10x^2+20x+24 & x^2+5x+6 \\
\hline
- & x^4+5x^3+6x^2 & x^2+4 \\
 & 4x^2+20x+24 & \\
 & 4x^2+20x+24 & \\
 & 0 &
\end{array}
$$

Ainsi $\boxed{p=(x+2)(x+3)(x^2+4)}$

n'est pas factorisable

Schéma de Horner

Pour diviser un polynôme par un polynôme unitaire de degré un, il existe un schéma qui a l'avantage de faire gagner du temps et de la place.

$$
\begin{array}{rrrr|l}
2x^3 & +3x^2 & -4x & +6 & x+3 \\ \cline{5-5}
-\;\; 2x^3 & +6x^2 & & & 2x^2 \\ \cline{1-2}
 & -3x^2 & -4x & & \quad -3x \\
-\;\; & -3x^2 & -9x & & \qquad +5 \\ \cline{2-3}
 & & 5x & +6 & \\
 & - & 5x & +15 & \\ \cline{3-4}
 & & r : & -9 &
\end{array}
$$

Schéma de Horner :

	2	3	-4	6
-3		-6	9	-15
	2	-3	5	-9

$\underbrace{2 \quad -3 \quad 5}_{\text{quotient}}$ $\quad -9$ reste

$2x^2 - 3x + 5$ et le reste : -9

2.3.19

2,3,22

~~2,3,23~~