

3.2.1 Soit $D = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$. On considère les fonction suivantes de D dans $\mathbb{Q}$. Énumérer les éléments de $f(D)$.

a) $f: x \mapsto 3x - 5$

b) $f: x \mapsto x^2 - 3$

c) $f: x \mapsto \frac{1}{x+4} - 1$

d) $f: x \mapsto \frac{x+1}{x^2+1}$

a) $f: D \longrightarrow \mathbb{Q}$
 $x \longmapsto 3x - 5$

Calculons de -2 :

$$\begin{aligned} f(-2) &= -11 \\ f(-1) &= -8 \\ f(0) &= -5 \\ f(1) &= -2 \\ f(2) &= 1 \end{aligned}$$

d) $D \longrightarrow \mathbb{Q}$
 $x \longmapsto \frac{x+1}{x^2+1}$

$$\begin{aligned} f(-2) &= -\frac{1}{5} \\ f(-1) &= 0 \\ f(0) &= 1 \\ f(1) &= 1 \\ f(2) &= \frac{3}{5} \end{aligned}$$

3.2.2 Les correspondances suivantes sont-elles des fonctions?

Justifier les réponses.

a) $a: \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}$
 $x \mapsto 3x - 2$
 oui

b) $b: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ oui
 $x \mapsto 5x - 7$
 $0 \mapsto -7$ non
 $1 \mapsto -2$ non

c) $c: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$ non
 $x \mapsto \frac{1}{x-3}$
 $\mathbb{N} - \{3\}$
 $3 \mapsto \text{explose!}$

d) $d: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$ oui
 $x \mapsto \begin{cases} -2x & \text{si } x \leq 0 \\ 0 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

e) $e: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ oui
 $x \mapsto 5x^2 - 5$
 $0 \mapsto -5$ non

f) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ non
 $x \mapsto x^2 - 1$
 $0 \mapsto -1$

g) $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ oui
 $x \mapsto \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

h) $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ oui
 $x \mapsto \begin{cases} -1 & \text{si } x \leq 0 \\ 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

i) $i: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$ oui
 $x \mapsto \frac{1}{x^2 - 1}$
 $0 \mapsto -1$
 $1 \mapsto \text{n'existe pas}$

j) $j: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$ oui
 $x \mapsto \frac{1}{x^2 + 1}$ non
 $2 \mapsto \frac{1}{3}$

$$\mathbb{N}^* = \mathbb{N} - \{0\}$$

$$\mathbb{R}^* = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$A^* = A - \{0\}$$

$$\frac{1}{-2} \in \mathbb{Q} \quad -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2} = \frac{1}{-2}$$

3.3.1 Déterminer l'ensemble de définition D des fonctions suivantes.

L'ensemble de définition d'une fonction est "le plus grand" sous-ensemble D contenu dans $\mathbb{R}$ pour lequel la fonction a un sens

a) $f(x) = \frac{1}{x-3}$

$D = \mathbb{R} - \{3\}$:

$f: \boxed{\mathbb{R} - \{3\}} \longrightarrow \mathbb{R}$
 $x \longmapsto \frac{1}{x-3}$

b) $f(x) = \frac{x}{x-3}$

$D = \mathbb{R} - \{3\}$

c) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{5 + x}$

$D = \mathbb{R} - \{-5\}$

$5 + x = 0$

$x = -5$ à exclure

d) $f(x) = \frac{1 - x^2}{x^2 - 4}$

$x^2 - 4 = 0$
 $(x-2)(x+2) = 0$

$D = \mathbb{R} - \{-2; 2\}$

e) $f(x) = \frac{2+x}{x^2+9}$

$x^2 + 9 = 0$
 impossible

$D = \mathbb{R}$

f) $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{2x}{x+1}$

$x^2 = 0$ ou $x+1 = 0$

$D = \mathbb{R}^* - \{-1\}$

i) $f(x) = \sqrt{x-1}$

condition $x - 1 > 0$

$$x > 1$$

$$D =]1; +\infty[$$

intervalle

