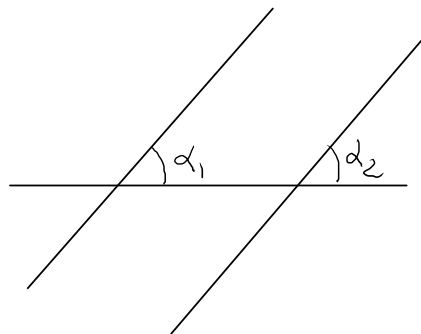
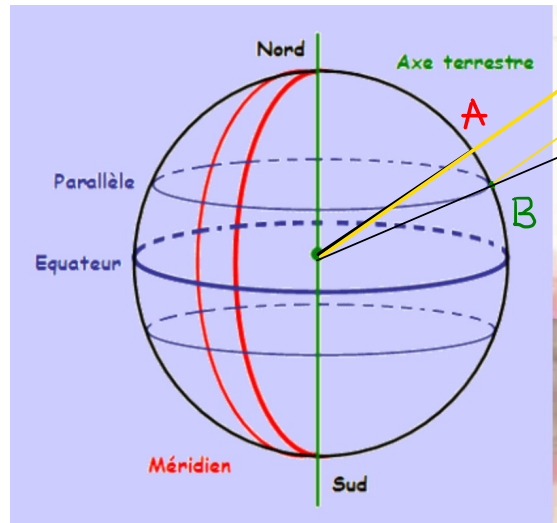


07.03.22

4.1.9 Deux points A et B de la surface terrestre sont situés sur le même méridien et distants de 800 km. Lorsque le Soleil est à la verticale de A , les rayons du Soleil forment avec la verticale, en B , un angle de 7.2

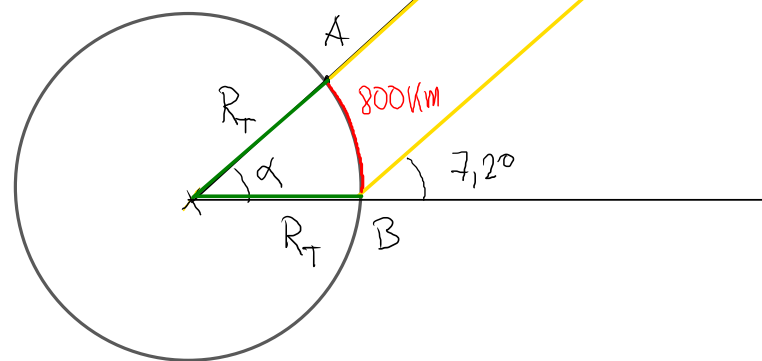
En déduire la circonférence et le rayon terrestre.

Cette méthode a été imaginée par Eratosthène (284-195 av. J.-C.) après avoir appris que, un certain jour de l'année à midi, le Soleil se réfléchit verticalement dans un puits profond près de Syène (aujourd'hui Assouan) qui correspondait au point A . Le point B était Alexandrie, située à 800 km au nord de Syène. Pour déterminer l'angle à midi, on mesurait l'ombre d'un pilier vertical.



$\alpha_1 = \alpha_2$ correspondant

circonférence de la terre :



$$\alpha = 7,2^\circ = 7,2 \cdot \frac{\pi}{180} \text{ [rad]}$$

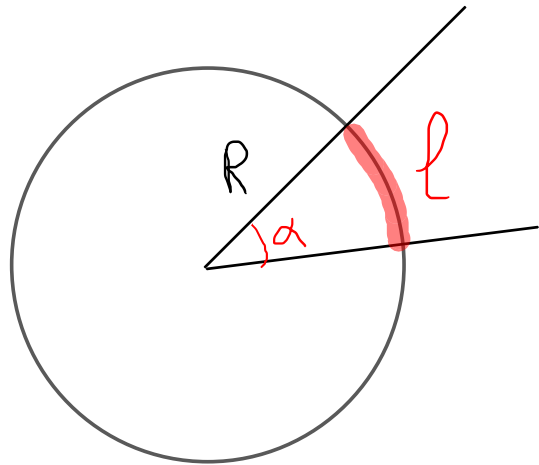
$$\cong 0,12566 \text{ rad}$$

$$800 = \alpha \cdot R_T \Rightarrow R_T = \frac{800}{\alpha} \cong \frac{800}{0,12566} \text{ [km]}$$

$$\cong 6366 \text{ km}$$

$$\text{circonférence: } 2\pi \cdot 6366 \cong 40'000 \text{ [km]}$$

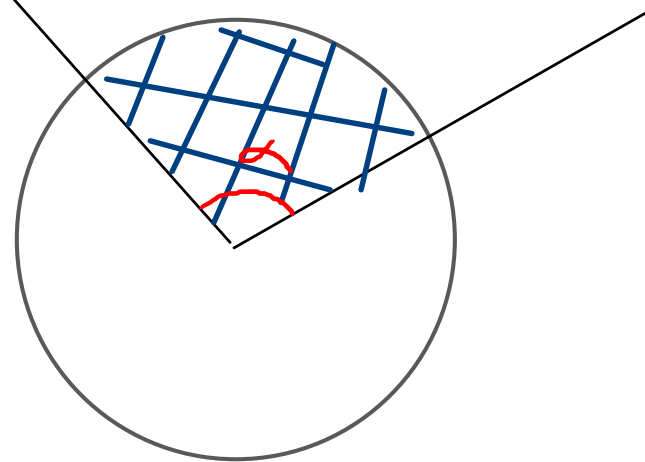
Formules



longueur d'arc

$$l = \alpha \cdot R$$

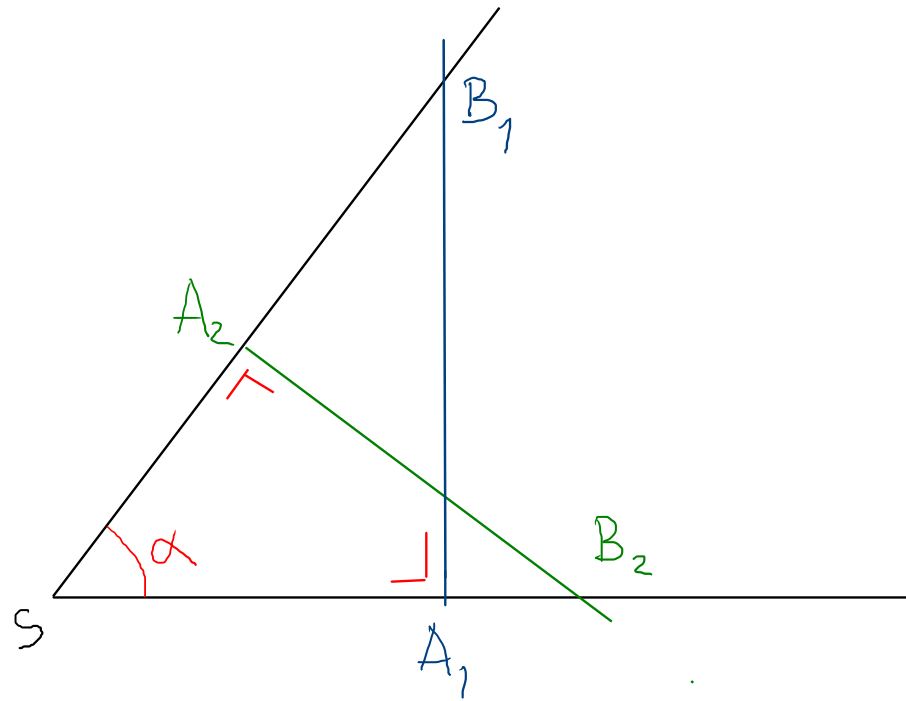
α en radian



Area d'un secteur

$$A = \frac{\alpha}{2} R^2$$

Trigonométrie dans le triangle rectangle



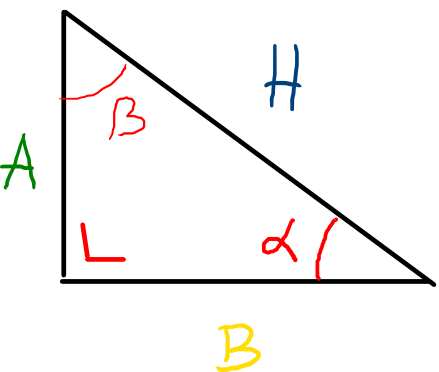
On construit deux triangles rectangles avec un angle commun de 52°

$\triangle SA_1B_1 \cup \triangle SA_2B_2$ semblables

$$\bullet \quad \frac{SA_1}{SB_1} = \frac{SA_2}{SB_2} \Rightarrow \frac{5,9}{10} = 0,59 \approx \cos(52^\circ)$$

$$\bullet \quad \frac{A_1B_1}{SB_1} = \frac{A_2B_2}{SB_2} \Rightarrow \frac{9,7}{12} \approx 0,803 \approx \sin(52^\circ)$$

$$\bullet \quad \frac{A_1B_1}{SA_1} = \frac{A_2B_2}{SA_2} \Rightarrow \tan(52^\circ)$$



$$\sin(\alpha) = \frac{A}{H}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{B}{H}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{A}{B}$$

$$\cotan(\alpha) = \frac{B}{A}$$

Comme $\alpha + B = \frac{\pi}{2}$, donc

$$\sin(\alpha) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$\cos(\alpha) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$\sin(B) = \frac{B}{H} = \cos(\alpha)$$

$$\cos(B) = \frac{A}{H} = \sin(\alpha)$$

$$\tan(B) = \frac{B}{A} = \cotan(\alpha)$$

$$\cotan(B) = \frac{A}{B} = \tan(\alpha)$$

4.2.1 Un triangle rectangle ABC est rectangle en A . Résoudre ce triangle connaissant :

a) $\gamma = 32$ et $BC = 10$ b) $\beta = 32$ et $BC = 5$ c) $\gamma = 27$ et $AB = 10$

d) $AC = 6$ et $AB = 10$ e) $\gamma = 64$ et $AC = 12$ f) $\beta = 45$ et $BC = 12$

