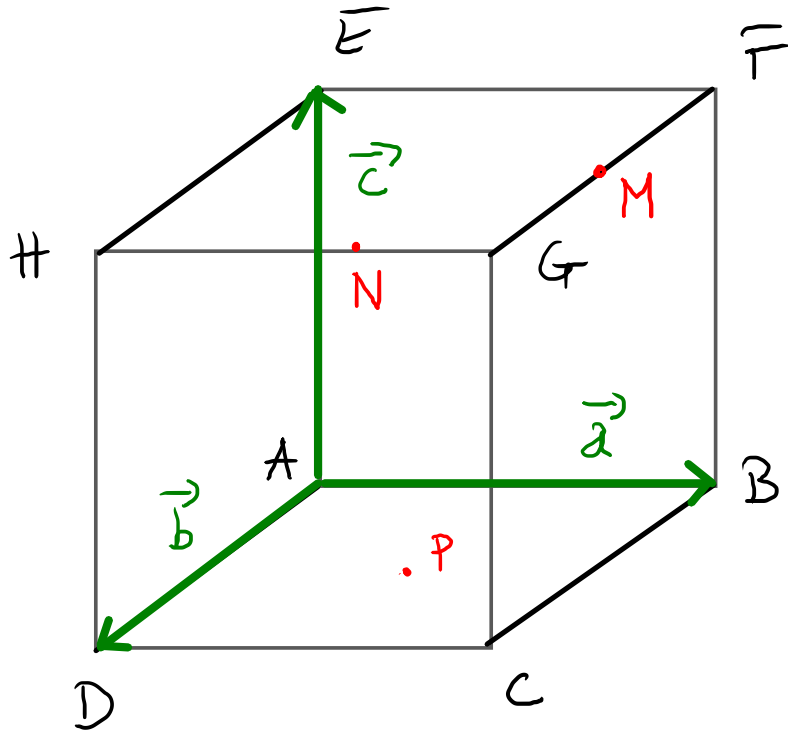
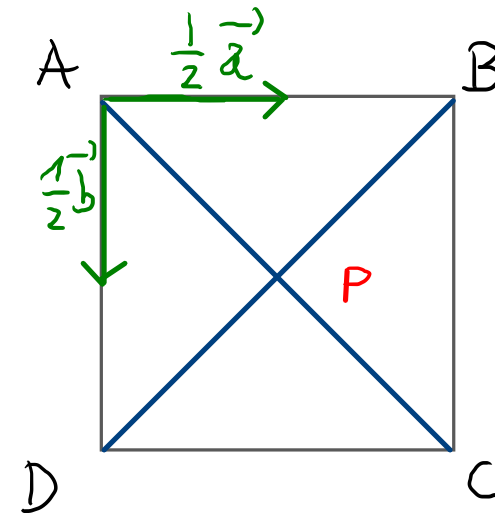


1.1.13 Soit $ABCD EFGH$ un cube pour lequel on pose $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ et $\vec{c} = \overrightarrow{AE}$. Soit M le milieu du côté FG , N celui de HG et P le centre de la face $ABCD$. Faire une figure d'étude puis exprimer les vecteurs suivants comme combinaison linéaire de $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$: $\overrightarrow{EP}$, $\overrightarrow{EM}$, $\overrightarrow{EN}$, $\overrightarrow{NM}$, $\overrightarrow{PN}$, $\overrightarrow{NP}$, et $\overrightarrow{PM}$.

07.09.21



Le triplet $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ s'appelle
une base de $\mathcal{E}_3$



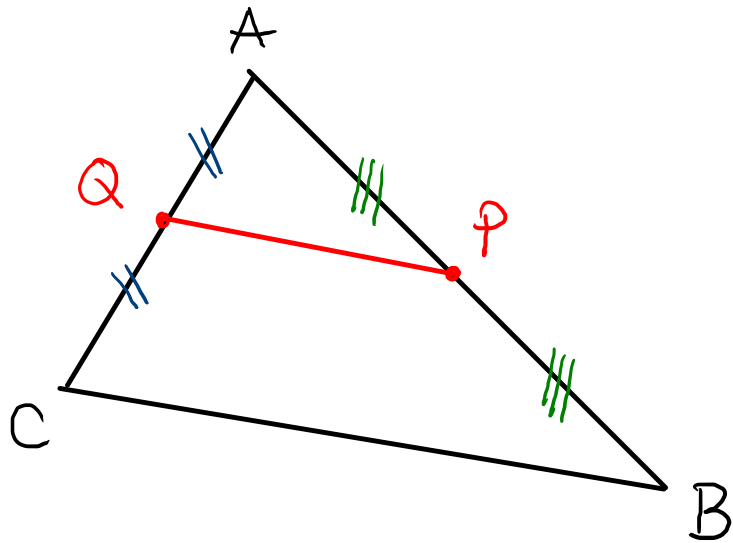
$$\begin{aligned}\overrightarrow{EP} &= \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AP} = -\vec{c} + \overrightarrow{AP} = -\vec{c} + \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} \\ &= \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}\end{aligned}$$

$$\overrightarrow{PN} = \underbrace{\overrightarrow{PC}}_{\underbrace{\overrightarrow{AP}}_{\vec{c}}} + \underbrace{\overrightarrow{CG}}_{\frac{1}{2}\vec{a}} + \underbrace{\overrightarrow{GN}}_{\frac{1}{2}\vec{b}} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$$

1.1.10 Soit ABC un triangle quelconque. Notons P le milieu de AB et Q celui de AC .
Faire une figure d'étude. Le théorème du segment moyen affirme que le segment PQ est parallèle au côté BC et que sa longueur est la moitié de celle de BC .

a) Exprimer ce résultat à l'aide de vecteurs.

b) Démontrer le théorème du segment moyen par un calcul de vecteurs



Segment moyen

$$1) \quad QP \parallel CB$$

$$2) \quad QP = \frac{1}{2} CB$$

$$\Leftrightarrow \vec{QP} = \frac{1}{2} \vec{CB}$$

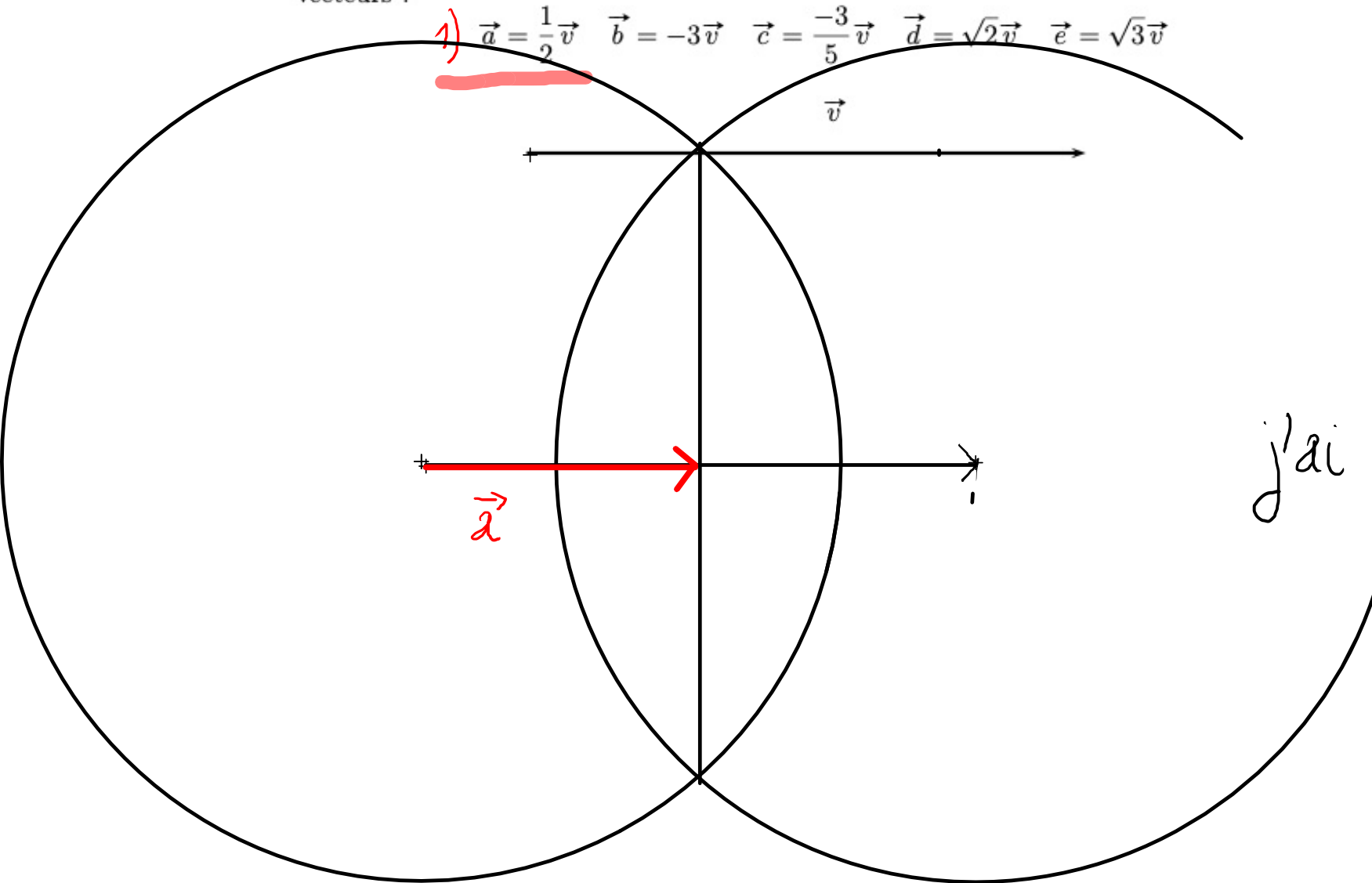
nous avons aussi $\vec{PQ} = \frac{1}{2} \vec{BC}$. Démontrons ce résultat :

$$\vec{PQ} = \vec{AQ} - \vec{AP} = \frac{1}{2} \vec{AC} - \frac{1}{2} \vec{AB} = \frac{1}{2} (\vec{AC} - \vec{AB}) = \frac{1}{2} \vec{BC}$$

$$\vec{BC} = \vec{AC} - \vec{AB}$$

1.1.12 Soit $\vec{v}$ le vecteur donné. Construire à la règle (non graduée) et au compas les vecteurs :

1) $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{v}$ $\vec{b} = -3\vec{v}$ $\vec{c} = \frac{-3}{5}\vec{v}$ $\vec{d} = \sqrt{2}\vec{v}$ $\vec{e} = \sqrt{3}\vec{v}$



j'ai construit la médiatrice

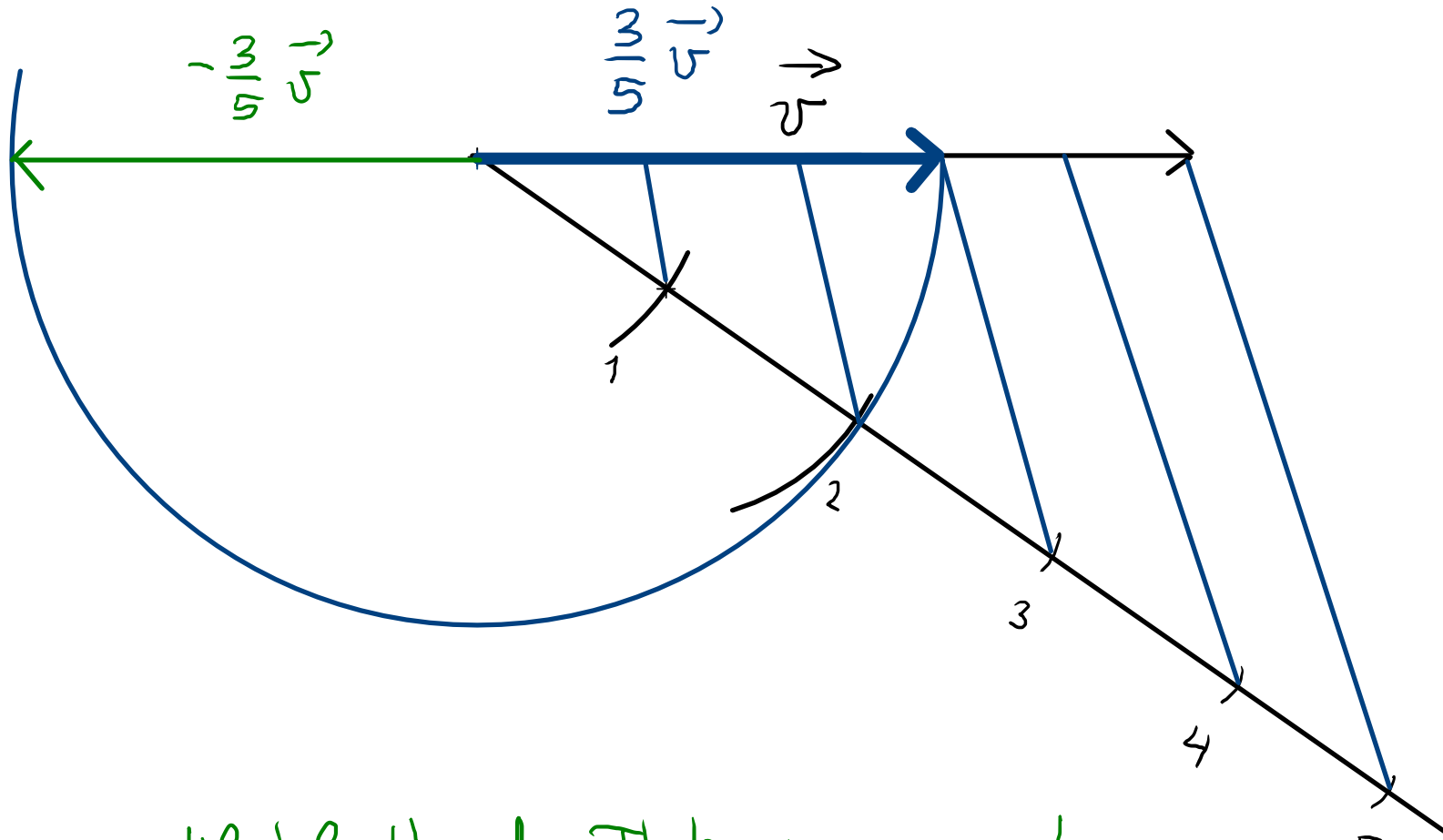
1.1.12 Soit $\vec{v}$ le vecteur donné. Construire à la règle (non graduée) et au compas les vecteurs :

$$\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{v} \quad \vec{b} = -3\vec{v} \quad \vec{c} = \frac{-3}{5}\vec{v} \quad \vec{d} = \sqrt{2}\vec{v} \quad \vec{e} = \sqrt{3}\vec{v}$$

$\vec{v}$



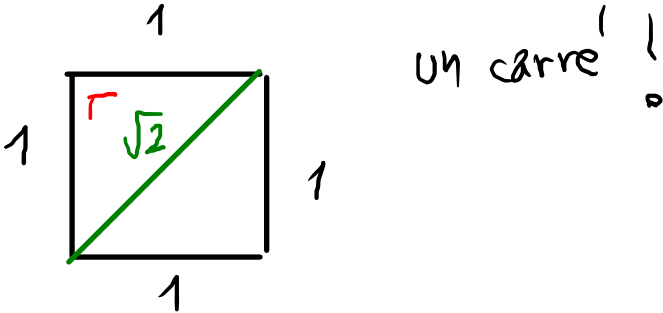
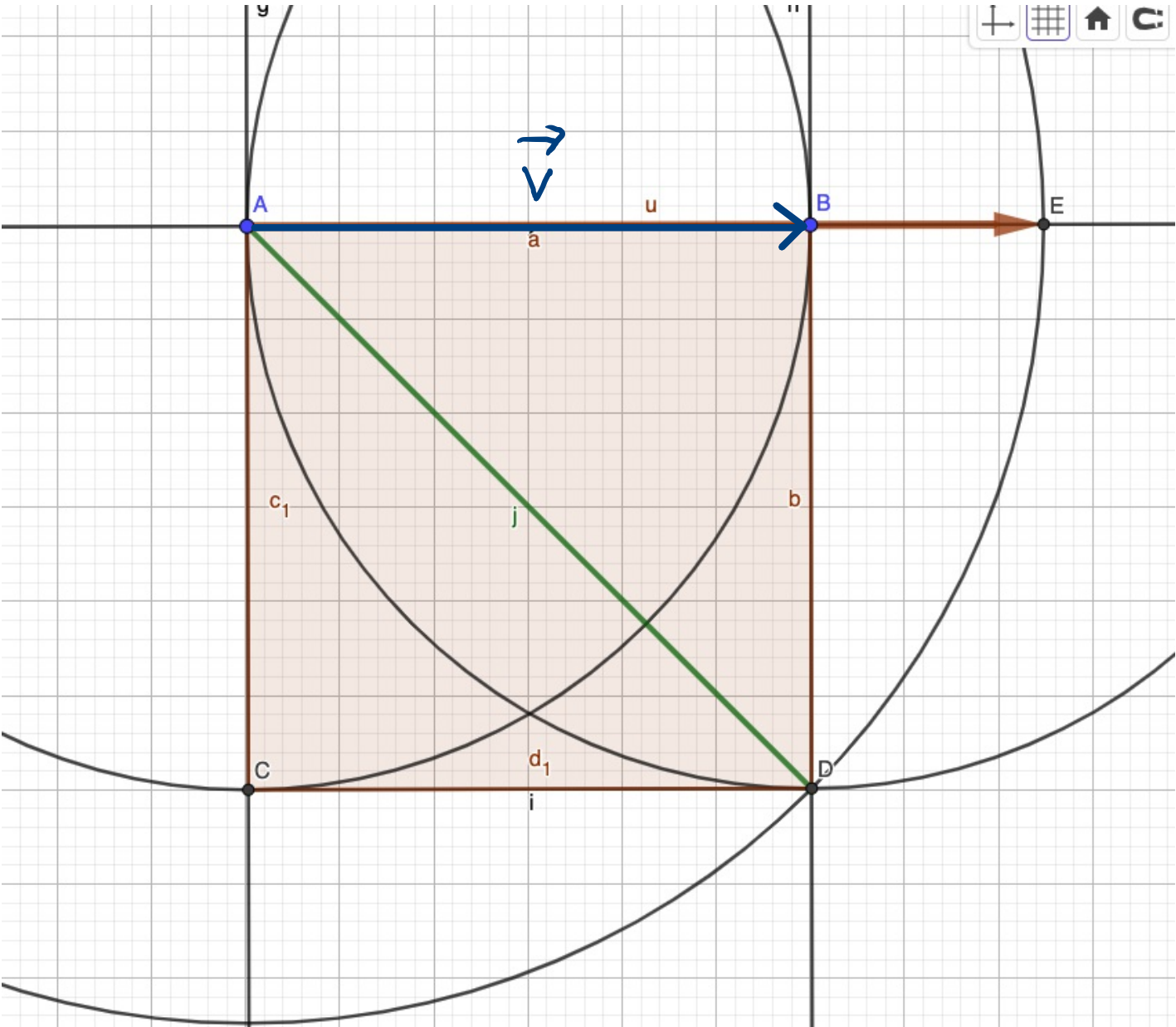
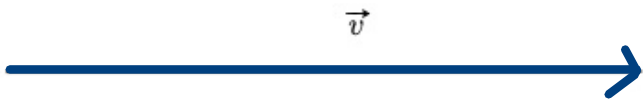
Je commence par construire $\frac{3}{5}\vec{v}$



Nous avons utilisé le thm de Thalès pour partager un segment en 5 parties égales

1.1.12 Soit $\vec{v}$ le vecteur donné. Construire à la règle (non graduée) et au compas les vecteurs :

$\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{v}$ $\vec{b} = -3\vec{v}$ $\vec{c} = \frac{-3}{5}\vec{v}$ $\vec{d} = \sqrt{2}\vec{v}$ $\vec{e} = \sqrt{3}\vec{v}$



$\vec{AE} = \sqrt{2} \vec{v}$

1.2 Repères, bases et combinaisons linéaires

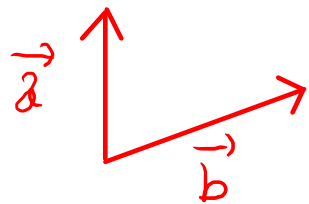
1) combinaisons linéaires

On appelle combinaison linéaire des vecteurs $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n$ où $n \in \mathbb{N}^*$ une expression du type $\lambda_1 \vec{v}_1 + \lambda_2 \vec{v}_2 + \dots + \lambda_n \vec{v}_n$ où les $\lambda_i \in \mathbb{R}$

appartient
↓
 $n \in \mathbb{N}^*$

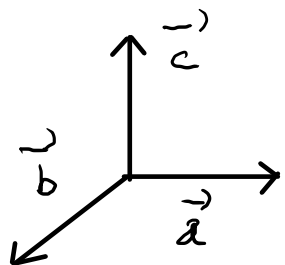
2) Bases de V_2

Une base de V_2 est un couple de vecteurs linéairement indépendants.



$$B = (\vec{a}, \vec{b})$$

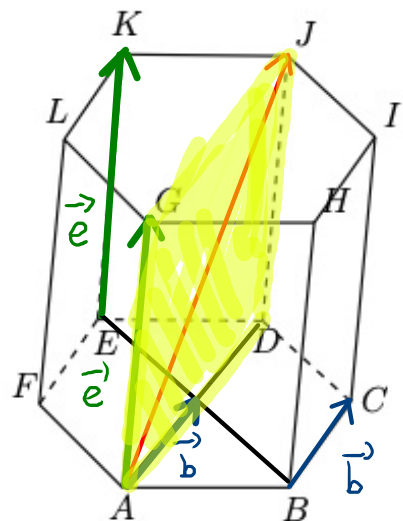
3) Bases de V_3



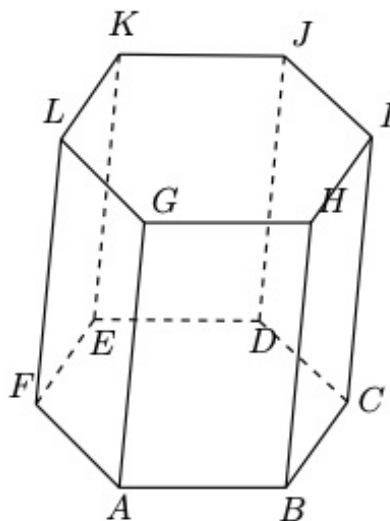
$B = (\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ est une base de V_3 si $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$ sont linéairement indépendants deux à deux.

1.2.1 On considère un prisme $ABCDEF GHIJKL$ dont les bases sont des hexagones réguliers. Dans chacun des cas suivants, déterminer si les trois vecteurs donnés sont coplanaires. Le cas échéant, exprimer l'un d'eux comme combinaisons linéaires des deux autres.

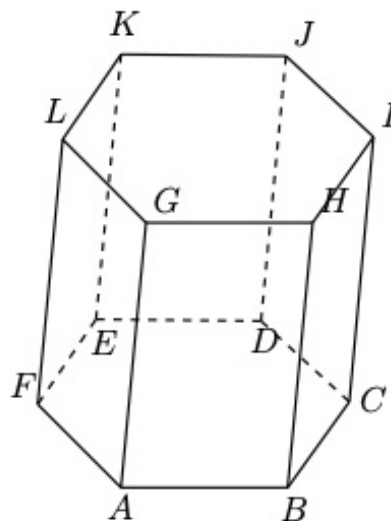
a) $\vec{AJ}, \vec{EK}, \vec{BC}$



b) $\vec{LG}, \vec{ID}, \vec{KB}$



c) $\vec{AF}, \vec{JD}, \vec{HI}$



Trois vecteurs sont coplanaires si on peut les représenter dans un même plan

a) $\vec{EK} = \vec{AC}$, $\vec{BC} = \frac{1}{2} \vec{AD}$
 $\vec{AG}, \frac{1}{2} \vec{AD}$ et $\vec{AJ}$ sont coplanaires

$$\vec{AJ} = \vec{AD} + \vec{DJ} = 2\vec{BC} + \vec{AG}$$

donc $\vec{AJ} = 2\vec{BC} + \vec{EK}$

On peut aussi écrire :

$$\begin{array}{l} \vec{AJ} = 2\vec{BC} + \vec{EK} \\ \vec{AJ} - \vec{EK} = 2\vec{BC} \\ \frac{1}{2} \vec{AJ} - \frac{1}{2} \vec{EK} = \vec{BC} \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} - \vec{EK} \\ \cdot \frac{1}{2} \end{array} \right.$$