15.02.22

b) $8x^2 - 10x + 3 = 0$

$\Delta = (-10)^2 - 4(8)(3) = 4 \longrightarrow 2^2$

$x_1 = \frac{10+2}{8 \cdot 2} = \frac{3}{4}$ $\quad$ $x_2 = \frac{10-2}{8 \cdot 2} = \frac{1}{2}$

x		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{4}$	
$f(x)$	+	0	−	0	+

sommet $= \frac{-b}{2a} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$

$\frac{-\Delta}{4a} = \frac{-4}{32} = \frac{-2}{16} = \frac{-1}{8}$

$\left(\frac{5}{8}; \frac{-1}{8}\right)$

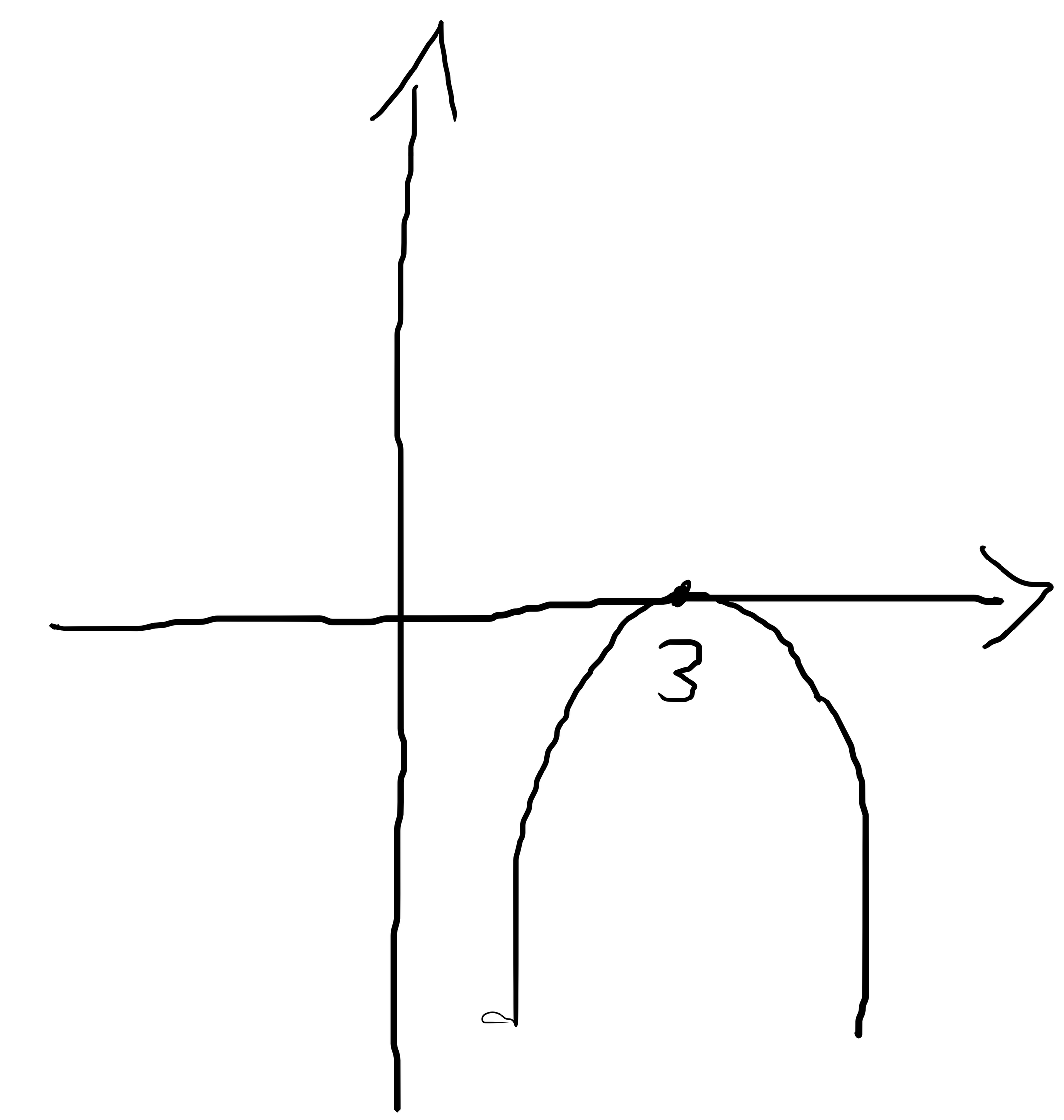
c) $-x^2+6x-9$

$\Delta = b^2-4ac$

$\Delta = 6^2-4(-1)(-9) = 36-36 = 0 \quad \Delta = 0$

$\Delta = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 = \dfrac{-b}{2a}$

$\dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-6}{-2} = 3$



x		3	
$f(x)$	$-$	0	$-$

sommet $S(3;0)$

d) $-2x^2+7x+4$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 49 - (-32) = 81$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7 \pm 9}{-4} =$$

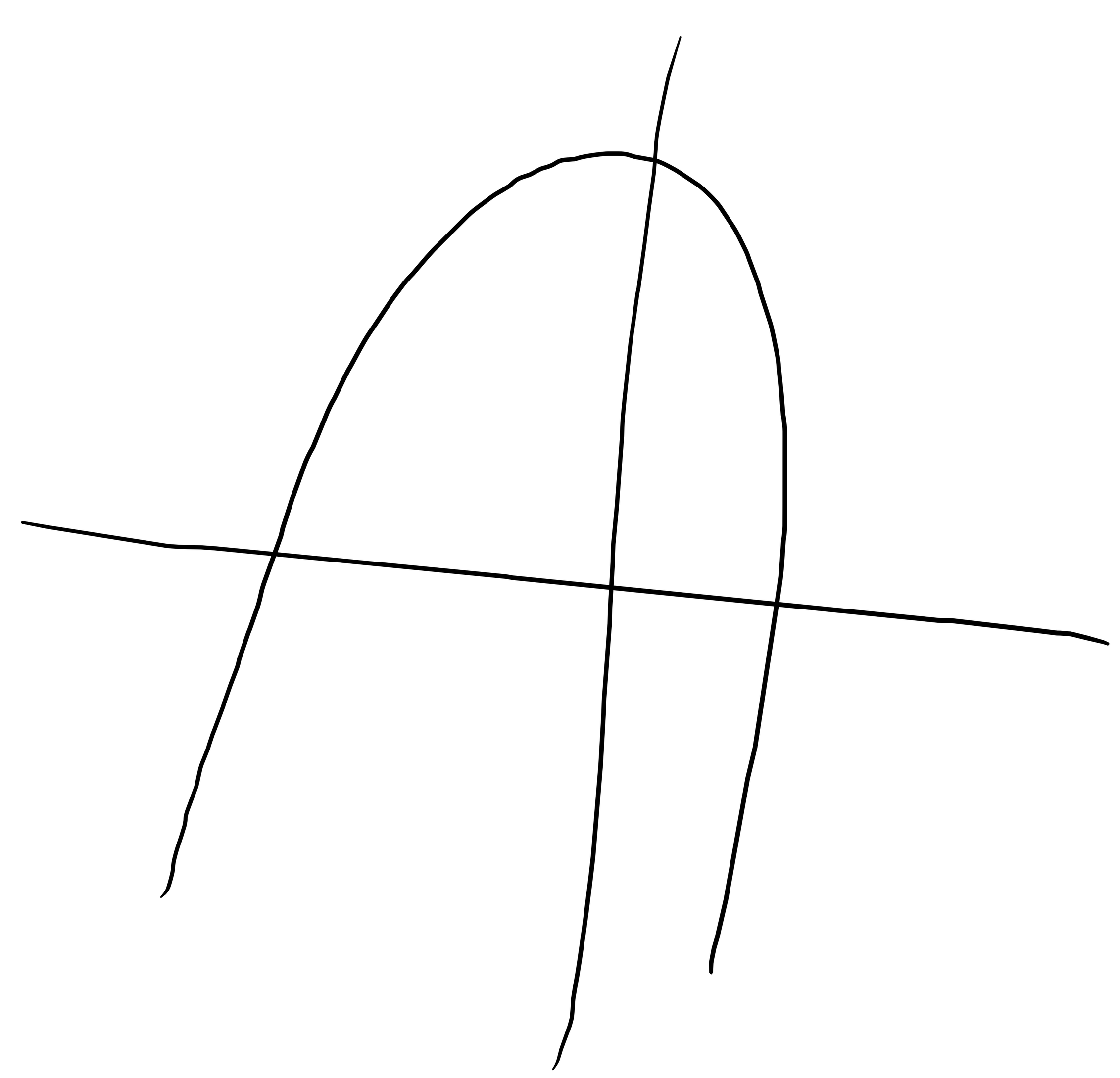
$$\frac{2}{-4} = \frac{1}{-2}$$

$$\frac{-16}{-4} = \frac{-4}{-1} = 4$$

x		$\frac{1}{-2}$		4	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

$$S\left(-\frac{b}{2a} ; \frac{-\Delta}{4a}\right) =$$

$$S\left(\frac{7}{4} ; \frac{81}{8}\right)$$



e) $25x^2 - 30x + 34 = f(x)$

a	b	c
$+25$	-30	$+34$

$\Delta = (-30)^2 - 4(25 \cdot 34)$ $\Delta = -2'500$

$\Delta = 900 - 4(850) < 0$

x	
$f(x)$	$+$

$S\left(\frac{-b}{2a} ; \frac{-\Delta}{4a}\right)$

① $\frac{-b}{2a} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

② $\frac{2'500}{100} = 25$

$S\left(\frac{3}{5} ; 25\right)$

f) $-3x^2 + 24x - 60 = g(x)$

a	b	c
-3	$+24$	-60

$\Delta = 24^2 - 4(-3 \cdot -60)$

$\Delta = 576 - 4(180) < 0$

x	
$f(x)$	$-$

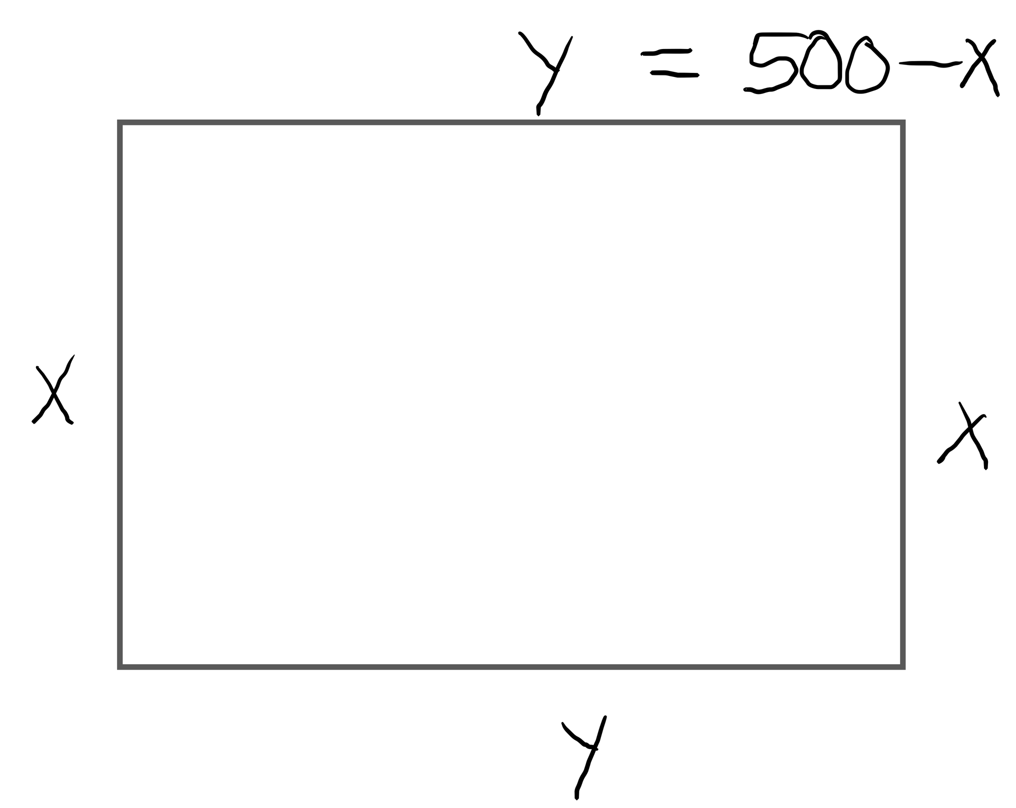
① $\frac{-b}{2a} = \frac{-24}{-6} = \frac{-12}{-3} = \frac{-4}{-1} = 4$

② $\frac{-144}{-12} = 12$

$S(4 ; 12)$

Problème

Un fermier veut créer une barrière pour créer un champ rectangulaire. Il dispose de 1000 m de barrière.
Quelles sont les dimensions qui donneront la plus grande aire ?



périmètre : $2x + 2y = 1000$

$$2y = 1000 - 2x$$

$$y = 500 - x$$

$$0 \leq x \leq 500$$

On obtient une fonction qui donne l'aire du rectangle en fonction de x :

$$\mathcal{A}(x) = x(500 - x) = -x^2 + 500x$$

Ses zéros sont 0 et 500. Son sommet est $S(250 ; 62500)$

$\mathcal{A}(250) = 250 \cdot 250 = 62500$

Cette parabole est concave, donc elle a un maximum en son sommet S.

Le rectangle est donc un carré de 250 m de côté.

3.3.9 → 3.3.14

3.3.9 La hauteur h (en m) au-dessus du sol d'une fusée jouet t secondes après son lancement est donnée par $h(t) = -16\,t^2 + 120\,t$.
Quand la fusée sera-t-elle à 180 m du sol ?

$$h(t) = 0$$

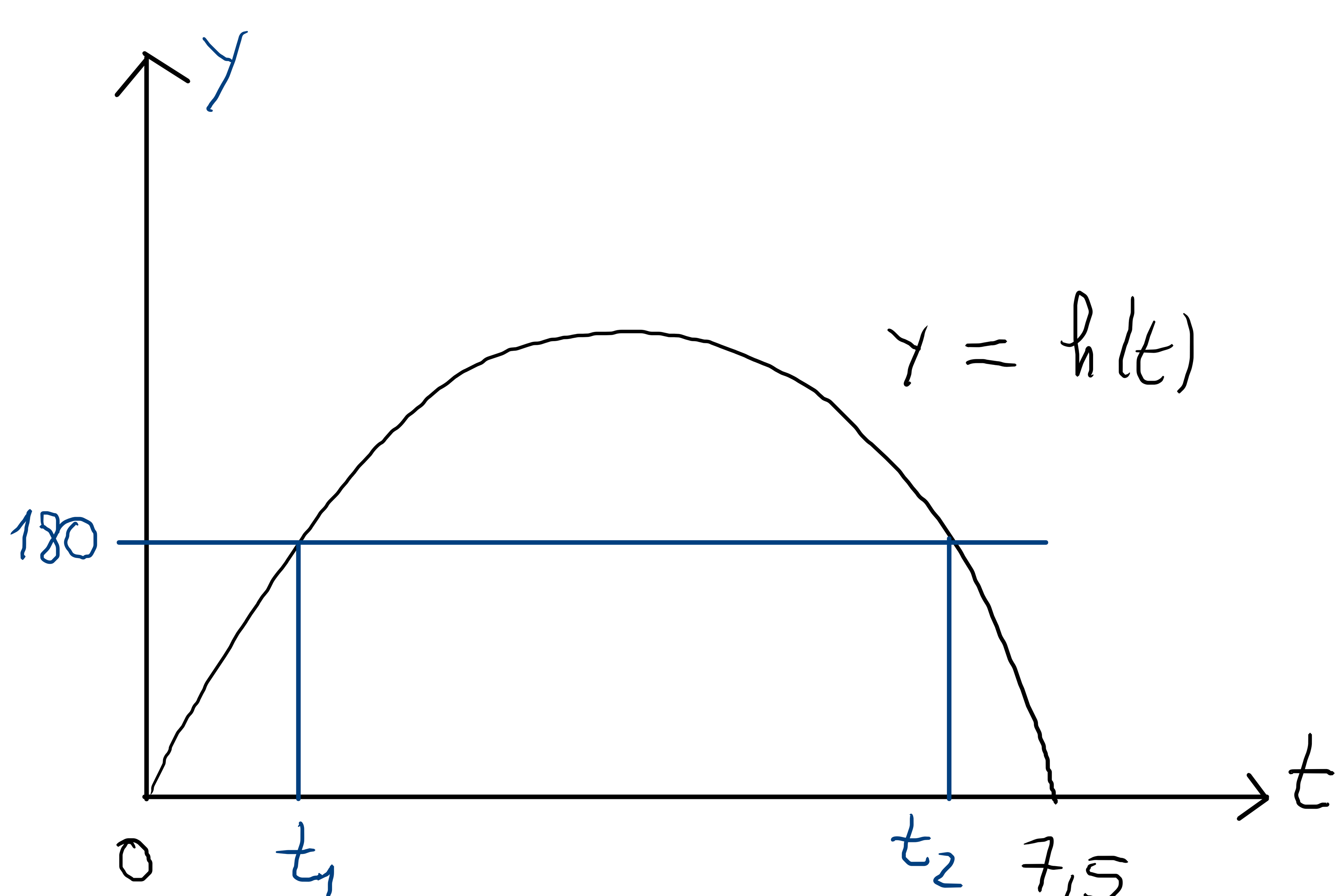
$$-16t^2 + 120t = 180$$

$$-16t^2 + 120t - 180 = 0 \quad \Big|\ \div(-4)$$

$$4t^2 - 30t + 45 = 0$$

$$\Delta = (-30)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 45 = 900 - 720 = 180 = 36 \cdot 5$$

$$t_{1,2} = \frac{30 \pm 6\sqrt{5}}{8} = \begin{cases} \dfrac{15 - 3\sqrt{5}}{4} \cong 2{,}1\ [s] \\[2ex] \dfrac{15 + 3\sqrt{5}}{4} \cong 5{,}4\ [s] \end{cases}$$



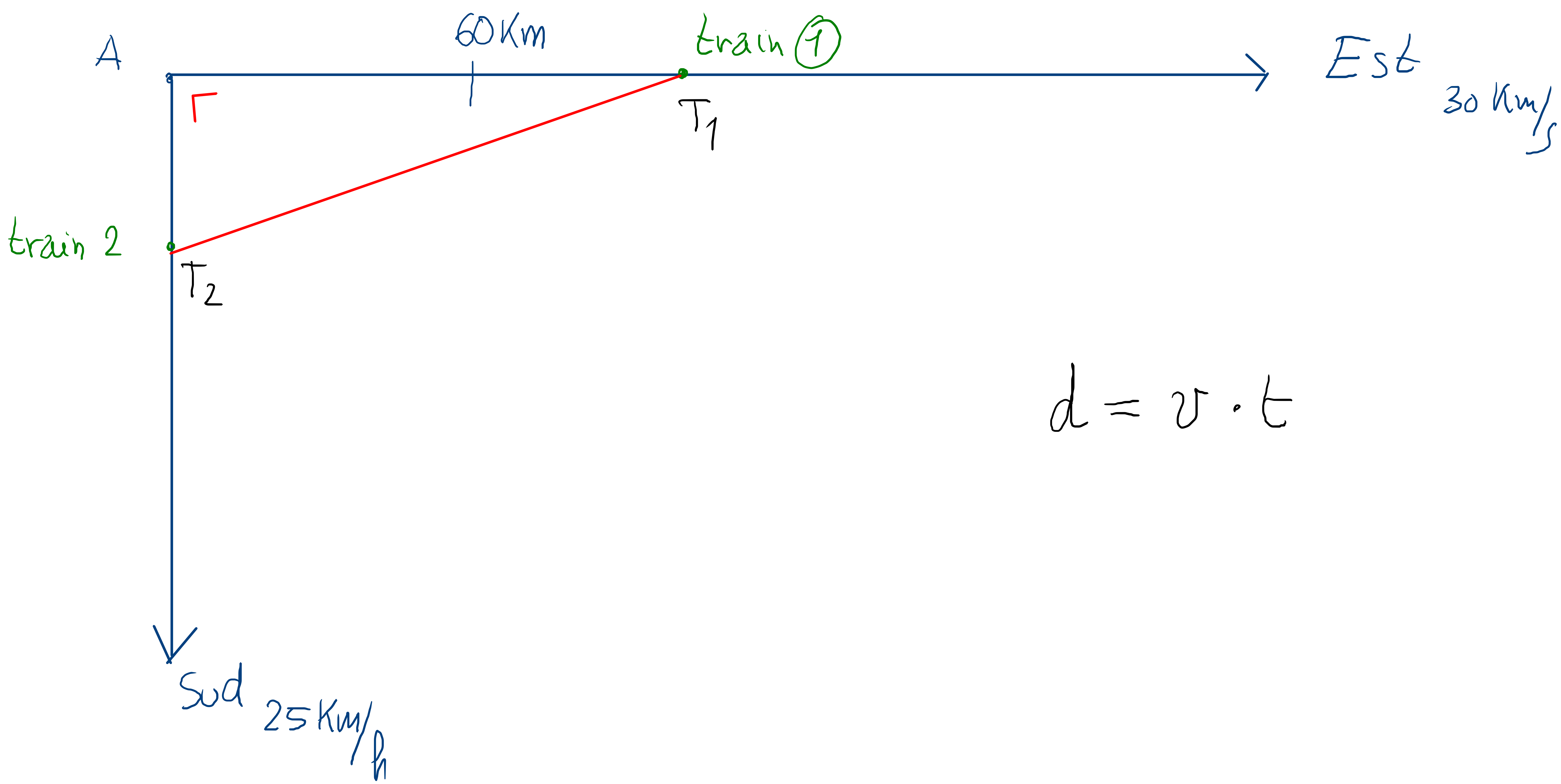
$$h(t) = -16t^2 + 120t$$
$$= -16t\left(t - \frac{15}{2}\right)$$

Son point culminant est le sommet

$$S\left(\frac{15}{4}\,;\ \dots\right)$$

3.3.10 Un train quitte une gare à 12h00 et voyage vers l'est à une vitesse de 30 km/h. A 14h00 le même jour, un deuxième train quitte la gare et voyage vers le sud à une vitesse de 25 km/h.

Trouver la fonction qui exprime la distance d en km entre les deux trains en fonction du temps t en heures, t désignant le temps pendant lequel le second train a voyagé.



$$d = v \cdot t$$

$$AT_1 = 60 + 30t = 30(t+2)$$

$$t \geq 0$$

$$AT_2 = 25t$$

Distance qui sépare ces deux trains : T_1T_2

Par Pythagore $d(t) = \sqrt{AT_1^2 + AT_2^2} = \sqrt{[30(t+2)]^2 + (25t)^2}$