

## ALGÈBRE 3 – TE 825B

Problème	1	2	3	4	5	Total
Points	4	6	5	5	5	25
Points obtenus						

**Problème 1** (6 points)

Résoudre les équations ci-dessous. Pour chaque équation, donner l'ensemble de solutions  $S$ .

a)  $(x + 4)^2 - 3(x + 4) + 2 = 0$

b)  $x(x^2 + 3x + 3)(x^2 - 16)(x + 1) = 0$

$$a) \quad x^2 + 8x + 16 - 3x - 12 + 2 = 0$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$(x + 3)(x + 2) = 0$$

$$S = \{-3; -2\}$$

$$b) \quad x(x^2 + 3x + 3)(x - 4)(x + 4)(x + 1) = 0$$

$$\Delta < 0$$

$$S = \{0; 4; -4; -1\}$$

**Problème 2** (6 points)

Résoudre ces deux équations en donnant :

- son ensemble de définition  $ED$
- son ensemble de solutions  $S$

a)  $\frac{x+4}{x} - \frac{1}{x+4} = \frac{4}{x^2+4x}$

b)  $\sqrt{3x+4} - \sqrt{x+5} = 1$

a) dénominateur:  $\left. \begin{array}{l} x \\ x+4 \\ x(x+4) \end{array} \right\} ED = \mathbb{R}^* - \{-4\}$

$(x+4)^2 - x - 4 = 0$   
 $x^2 + 8x + 16 - x - 4 = 0$   
 $x^2 + 7x + 12 = 0$   
 $(x+3)(x+4) = 0$   
 ne convient pas

b)  $\left. \begin{array}{l} 3x+4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -4/3 \\ x+5 \geq 0 \Rightarrow x \geq -5 \end{array} \right\} \Rightarrow x \geq -4/3$

$\sqrt{3x+4} = \sqrt{x+5} + 1$   
 $3x+4 = x+5 + 2\sqrt{x+5} + 1$   
 $2x-2 = 2\sqrt{x+5}$   
 $x-1 = \sqrt{x+5}$   
 $x^2 - 2x + 1 = x+5$   
 $x^2 - 3x - 4 = 0$   
 $(x-4)(x+1) = 0$

•  $x=4$ :  $\sqrt{12+4} = \sqrt{4+5} + 1$  |  $x=-1$ :  $\sqrt{7} = \sqrt{5} + 1$   
 $4 = 3+1$  ✓ | ne convient pas

$S = \{4\}$

**Problème 3** (5 points)

Résoudre le système linéaire ci-dessous par la méthode du pivot de Gauss.

$$\begin{cases} x + 3y - 3z = 4 \\ 2x - 4y + 3z = -13 \\ -x + 2y - 5z = 3 \end{cases}$$

$L_1$   $\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & -4 & 3 & -13 \\ -1 & 2 & -5 & 3 \end{array} \right)$   $L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1$   $L_3 \leftarrow L_3 + L_1$   $\sim \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -3 & 4 \\ 0 & -10 & 9 & -21 \\ 0 & 5 & -8 & 7 \end{array} \right)$

$L_3 \leftarrow 2L_3$   $\sim \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -3 & 4 \\ 0 & -10 & 9 & -21 \\ 0 & 10 & -16 & 14 \end{array} \right)$   $L_3 \leftarrow L_3 + L_2$   $\sim$

$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -3 & 4 \\ 0 & -10 & 9 & -21 \\ 0 & 0 & -7 & -7 \end{array} \right)$   $L_3 \leftarrow \frac{1}{-7}L_3$   $\sim \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -3 & 4 \\ 0 & -10 & 9 & -21 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right)$

$L_1 \leftarrow L_1 + 3L_3$   $L_2 \leftarrow L_2 - 9L_3$   $\sim \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 0 & 7 \\ 0 & -10 & 0 & -30 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right)$   $L_2 \leftarrow \frac{-1}{-10}L_2$   $\sim \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right)$

$L_1 \leftarrow L_1 - 3L_2$   $\sim \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right)$

$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = -2 \\ y = 3 \\ z = 1 \end{array} \right.$  ou  $S = \{(-2; 3; 1)\}$

Problème 4 (5 points)

Résoudre le système linéaire ci-dessous par la méthode du pivot de Gauss.

$$\begin{cases} x - 3y + 7z = -4 \\ x + 2y - 3z = 6 \\ 7x + 4y - z = 22 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{array} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 7 & -4 \\ 1 & 2 & -3 & 6 \\ 7 & 4 & -1 & 22 \end{array} \right) \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 - 7L_1 \\ \sim \end{array} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 7 & -4 \\ 0 & 5 & -10 & 10 \\ 0 & 25 & -50 & 50 \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} L_2 \leftarrow \frac{1}{5} L_2 \\ L_3 \leftarrow \frac{1}{25} L_3 \\ \sim \end{array} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 7 & -4 \\ 0 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 2 \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 - L_2 \\ \sim \end{array} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 7 & -4 \\ 0 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{l} L_1 \leftarrow L_1 + 3L_2 \\ \sim \end{array} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -t + 2 \\ y = 2t + 2 \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

**Problème 5** (5 points)

Résoudre cette équation.

$$|2x - 7| - |5 - x| = 9$$

x	$\frac{7}{2}$	5
$ 2x-7 $	$-(2x-7)$	$2x-7$
$ 5-x $	$5-x$	$-(5-x)$

1)  $x < \frac{7}{2}$ :  $-(2x-7) - (5-x) = 9$   
 $-2x + 7 - 5 + x = 9$   
 $-x = 7$   
 $x = -7$

2)  $\frac{7}{2} \leq x \leq 5$ :  $2x-7 - (5-x) = 9$   
 $2x-7-5+x = 9$   
 $3x = 21$   
 $x = 7$

ne convient pas

3)  $x > 5$ :  $2x-7 + (5-x) = 9$   
 $x = 11$

$$S = ]-7; 11[$$