

Fonctions affines et quadratiques – TE 830A

Problème	1	2	3	4	5	6	7	8	Total
Points	8	6	5	5	8	6	4	4	46
Points obtenus									

Problème 1 (8 points)Déterminer l'ensemble de définition ED des fonctions suivantes.

a) $g_1(x) = \frac{-3x}{x^2 - 9}$

c) $g_3(x) = \sqrt{3x - 9}$

b) $g_2(x) = \frac{-x^2 + 4}{2x^2 - 6x + 5}$

d) $g_4(x) = \sqrt{(x - 3)(x + 4)}$

a) $ED(g_1) = \mathbb{R} - \{-3, 3\}$

b) $ED(g_2) = \mathbb{R}$

$$2x^2 - 6x + 5 = 0$$

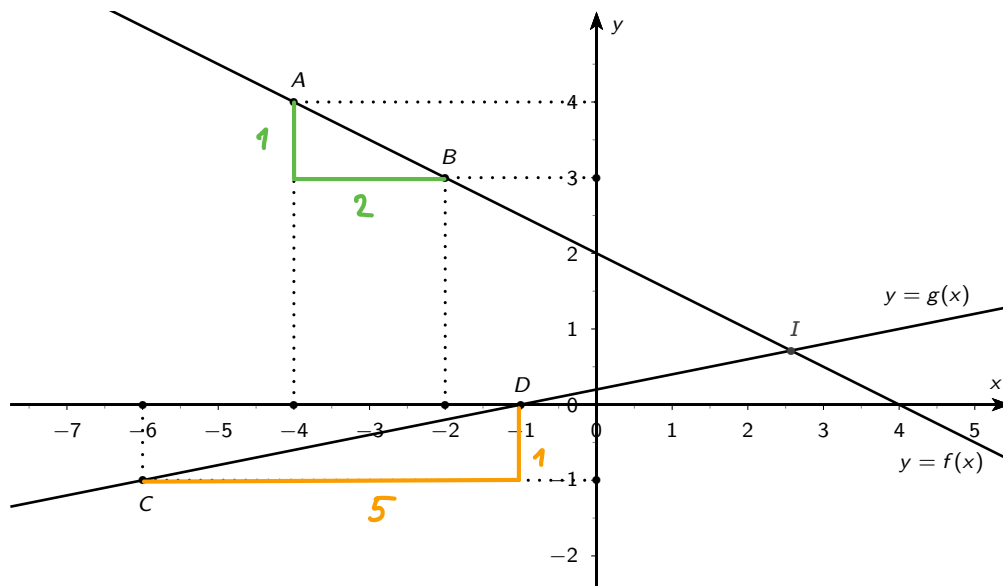
$$\Delta = 36 - 40 < 0$$

c) $ED(g_3) = [3; +\infty[$

d) $ED(g_4) =]-\infty; -4] \cup [3; +\infty[$

Problème 2 (6 points)

Calculer les coordonnées exactes du point d'intersection I des deux droites représentées ci-dessous.



Déterminons $f(x)$:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + h, \text{ par } A(-4; 4) : 4 = 2 + h \Rightarrow h = 2$$

$$\underline{f(x) = -\frac{1}{2}x + 2}$$

Déterminons $g(x)$:

$$g(x) = \frac{1}{5}x + h, \text{ par } D(-1, 0) : 0 = -\frac{1}{5} + h \Rightarrow h = \frac{1}{5}$$

$$\underline{g(x) = \frac{1}{5}x + \frac{1}{5}}$$

$$\text{Intersection: } \frac{1}{5}x + \frac{1}{5} = -\frac{1}{2}x + 2 \quad | \cdot 10$$

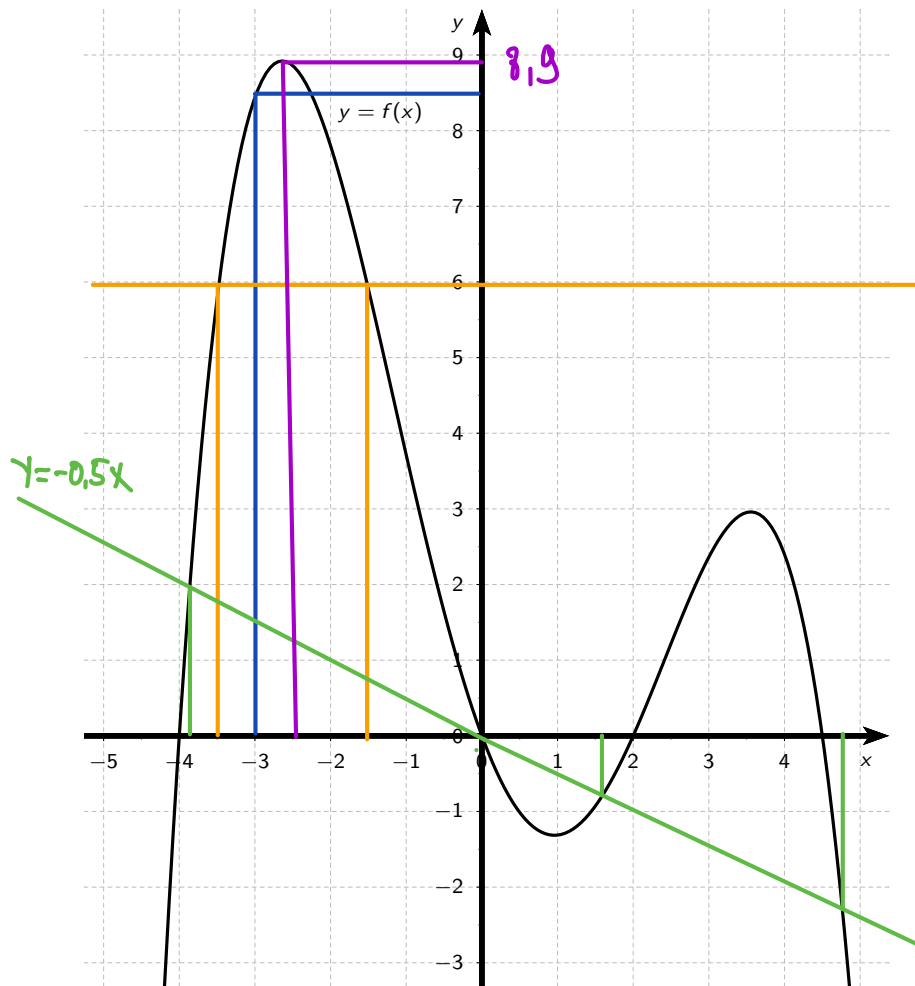
$$2x + 2 = -5x + 20$$

$$7x = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{7}$$

$$f\left(\frac{18}{7}\right) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{18}{7} + 2 = -\frac{9}{7} + 2 = \frac{5}{7} \Rightarrow \boxed{I\left(\frac{18}{7}; \frac{5}{7}\right)}$$

Problème 3 (5 points)

Estimer en observant le graphique :



a) la valeur de $f(-3)$; $f(-3) \approx 8.5$

b) les valeurs de x sachant que $f(x) = 0$; $-4 ; 0 ; 2 ; 4.5$

c) les valeurs de x sachant que $f(x) = 6$; $-1.5 ; -3.5$

d) les valeurs de x sachant que $f(x) = -0.5x$; $-3.8 ; 0 ; 1.6 ; 4.8$

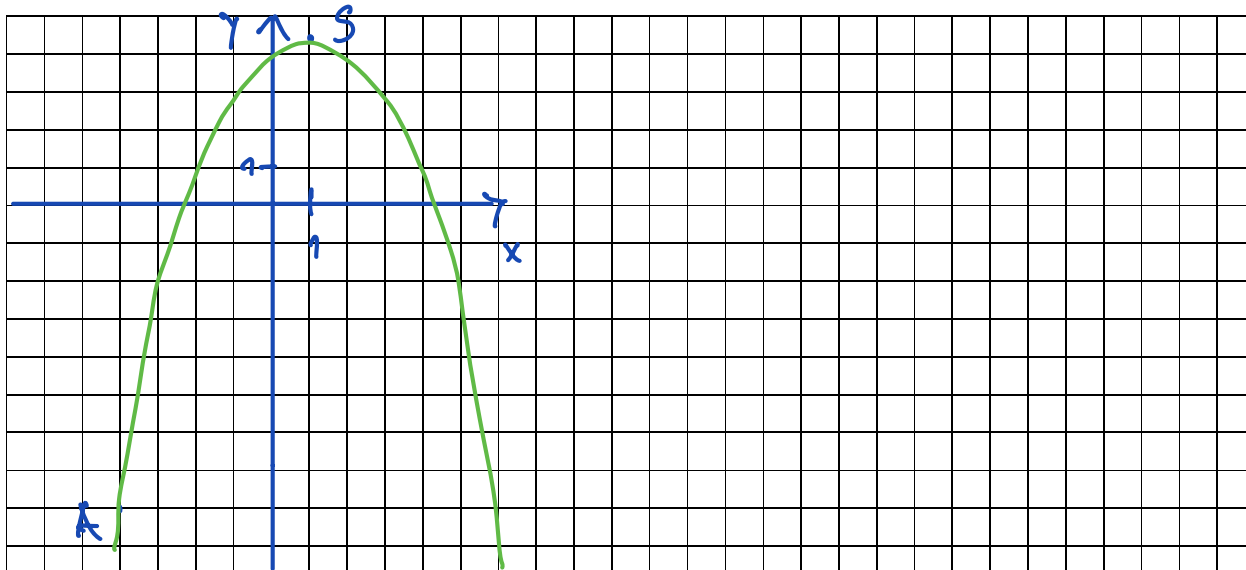
e) les valeurs de a sachant que l'équation $f(x) = a$ ne possède qu'une seule solution.
Quelle est cette solution ?

$a = 8.9 ; x = -2.5$

Problème 4 (5 points)

Déterminer la fonction f dont le graphe est une parabole de sommet $S(1; \frac{9}{2})$ et dont le graphe passe par le point $A(-4; -8)$.

Mettre la fonction sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$.



$$f(x) = a(x-1)^2 + \frac{9}{2}$$

$$f(-4) = 25a + \frac{9}{2} = -8 \Rightarrow 25a = \frac{-25}{2}$$

$$\Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{9}{2}$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x^2 - 2x + 1) + \frac{9}{2}$$

$$\underline{f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4}$$

Problème 5 (8 points)

Établir le tableau des signes des fonctions suivantes.

a) $f_1(x) = -5x + 35$

c) $f_3(x) = -0.2x + 80$

b) $f_2(x) = 2x^2 - x - 15$

d) $f_4(x) = -0.5x^2 + 8$

a)

x		7	
f(x)	+	0	-

b)

x		$-\frac{5}{2}$		3	
f(x)	+	0	-	0	+

$$2x^2 - x - 15 = 0$$

$$(2x + 5)(x - 3) = 0$$

c)

x		400	
f(x)	+	0	-

$$-0.2x = -80$$

$$x = 400$$

d)

x		-4		4	
f(x)	-	0	+	0	-

$$-0.5x^2 + 8 = 0$$

$$x^2 - 16 = 0$$

Problème 6 (6 points)

Résoudre les inéquations suivantes.

a) $-7(2 - 3x) < -4x + 36$

b) $25x^2 - 5x \geq 2$

2) $-14 + 21x + 4x - 36 < 0$

$$25x < 50$$

$$x < 2$$

$$S =]-\infty; 2[$$

5) $25x^2 - 5x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow f(x) \geq 0$

$$\Delta = 25 + 200 = 225 = 15^2$$

$$x_1 = \frac{5+15}{50} = \frac{20}{50} = \frac{2}{5}$$

$$x_2 = \frac{5-15}{50} = \frac{-10}{50} = -\frac{1}{5}$$

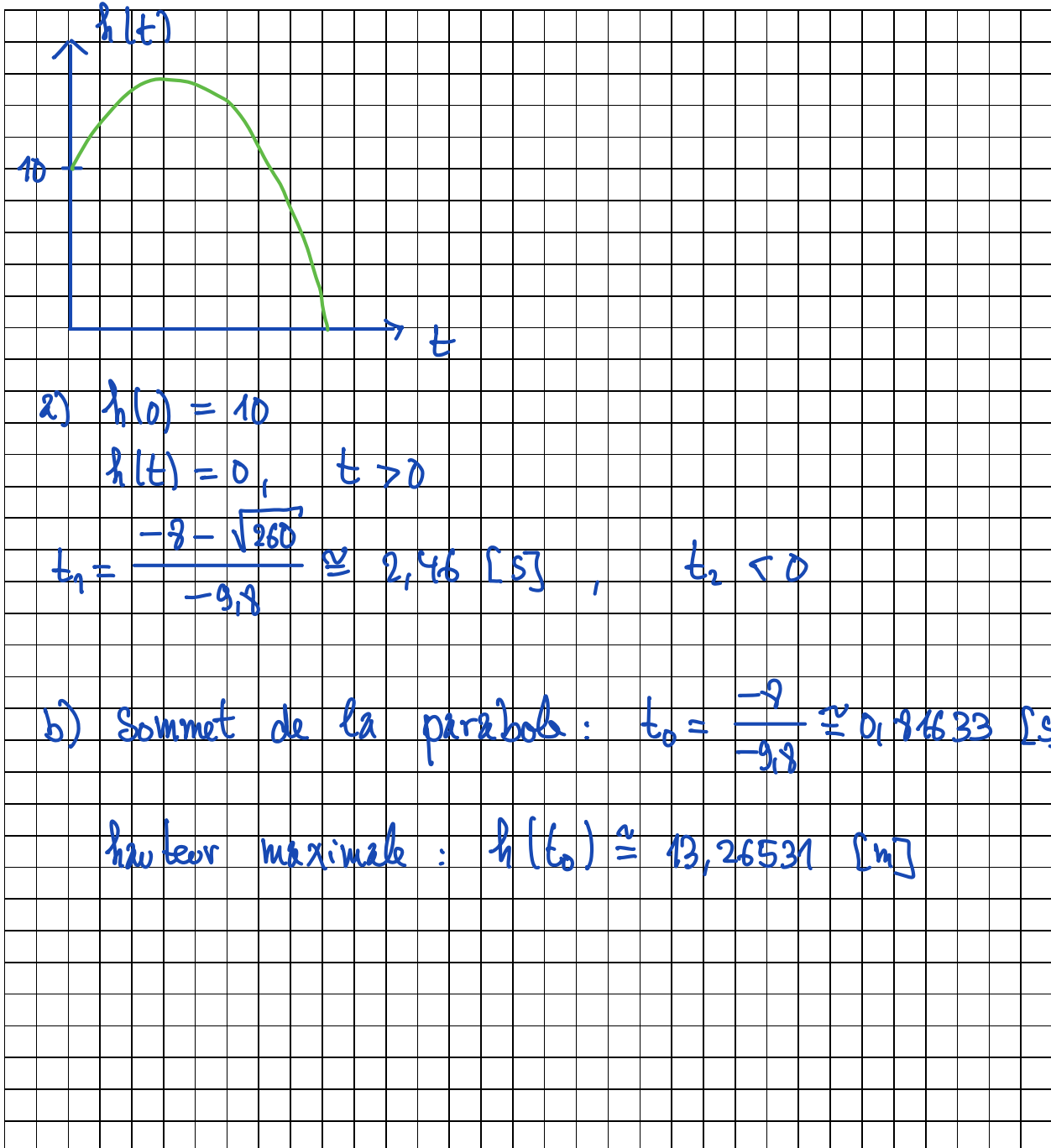
x		$-\frac{1}{5}$		$\frac{2}{5}$	
f(x)	+	0	-	0	+

$$S =]-\infty; -\frac{1}{5}] \cup [\frac{2}{5}; +\infty[$$

Problème 7 (4 points)

Depuis un pont situé à 10 m au-dessus d'une rivière, on lance une pierre verticalement vers le haut avec une vitesse initiale de 8 m/s. La hauteur h de la pierre (en mètres) au dessus de la rivière en fonction du temps t (en secondes) est donnée par $h(t) = -4,9 t^2 + 8 t + 10$.

- Déterminer le temps que met la pierre pour arriver dans la rivière.
- Déterminer la hauteur maximale atteinte par la pierre.



Problème 8 (4 points)

Les correspondances suivantes sont-elles des fonctions ?

a) $a: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x}$

c) $b: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$
 $x \mapsto 5x - 7$

b) $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \\ 10 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

d) $c: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$
 $x \mapsto \frac{1}{x+3}$

a) Non : $f(-1)$ n'existe pas

b) Oui

c) Non : $f(0)$ n'existe pas

d) Oui