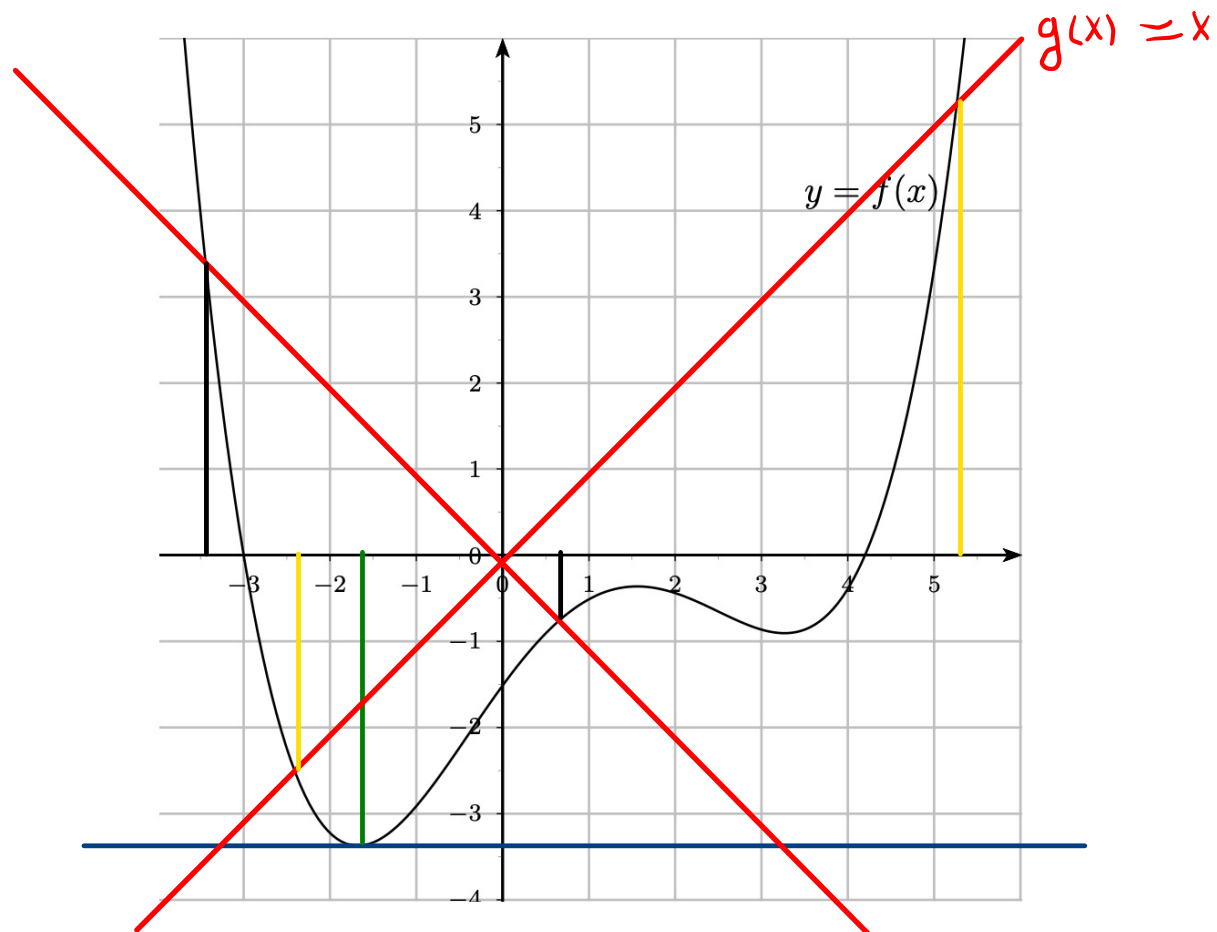


3.4.2 La fonction  $f$  est donnée par le graphe ci-dessous.



Estimer en observant le graphe,

- e) les valeurs de  $a$  sachant que l'équation  $f(x) = a$  ne possède qu'une seule solution.  
Quelle est alors cette solution?
- f) les valeurs de  $x$  sachant que  $f(x) = x$ ;
- g) les valeurs de  $x$  sachant que  $f(x) = -x$ ;

$$a = -3,3$$

$$x = -1,7$$

# Etude complète de la fonction

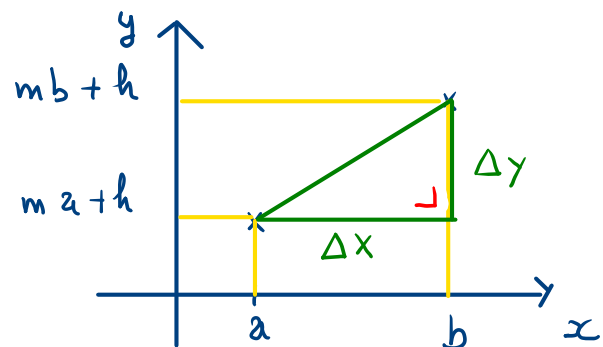
Quelles sont les fonctions qu'on peut représenter graphiquement par une droite ?

## Théorème

Le graphique d'une fonction est une droite si et seulement si la fonction est du type  $f(x) = mx + h$

## Démonstration :

$\Leftarrow$  : Soit  $f(x) = mx + h$ , avec  $m \neq 0$ .

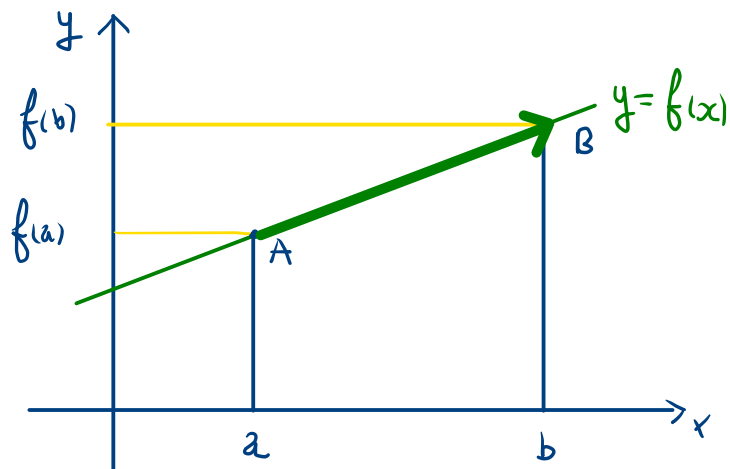


Soit  $A(a; ma+h)$  et  $B(b; mb+h)$  deux points sur le graphique de  $f(x)$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{(mb+h) - (ma+h)}{b-a} = \frac{mb+h - ma - h}{b-a} = \frac{m(b-a)}{b-a} = m$$

Comme ce nombre est constant,  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = m$  est constant, les points sont alignés

$\Rightarrow$  : Supposons que le graphique de  $f(x)$  est une droite.



Comme  $y=f(x)$  est une droite, le vecteur  $\vec{AB}$  est un vecteur directeur de cette droite.

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = \begin{pmatrix} b \\ f(b) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a \\ f(a) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b-a \\ f(b)-f(a) \end{pmatrix}$$

Soit  $P(x, y)$  un point de la droite :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ f(a) \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} b-a \\ f(b)-f(a) \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x = a + t(b-a) \\ y = f(a) + t(f(b)-f(a)) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-a = t(b-a) \\ y-f(a) = t(f(b)-f(a)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{x-a}{b-a} \\ t = \frac{y-f(a)}{f(b)-f(a)} \end{cases}$$

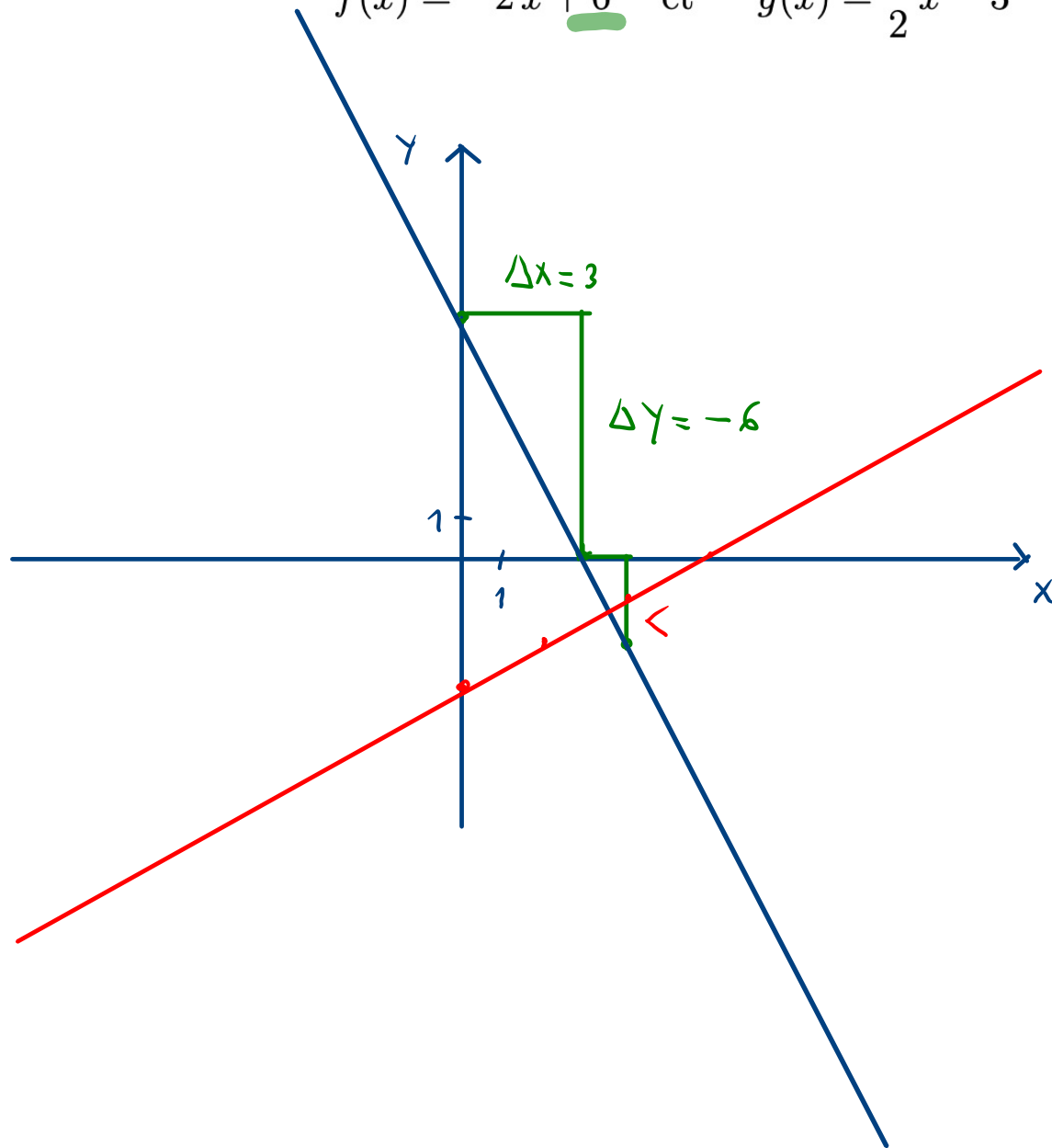
$$\Leftrightarrow \frac{x-a}{b-a} = \frac{y-f(a)}{f(b)-f(a)} \Leftrightarrow y-f(a) = \frac{x-a}{b-a} (f(b)-f(a))$$

$$y = \underline{f(a)} + x \underbrace{\frac{f(b)-f(a)}{b-a}}_m - \underline{\frac{a}{b-a} (f(b)-f(a))}$$

$$y = m x + h \quad \text{cqfd}$$

**3.4.3** Dessiner les graphes des fonctions

$$f(x) = -2x + 6 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{1}{2}x - 3$$



$$\vec{f} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix} \quad \vec{g} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{f} \cdot \vec{g} = 0$$

$m_1 \cdot m_2 = -1 \Leftrightarrow$  les droites de pentes  $m_1$  et  $m_2$  sont perpendiculaires.