3.4.16 Déterminer la fonction dont le graphe est une parabole

$f(x) = ax^2 + bx + c$

a) de sommet $S(2;5)$ et dont le graphe passe par le point $A(4;-1)$;

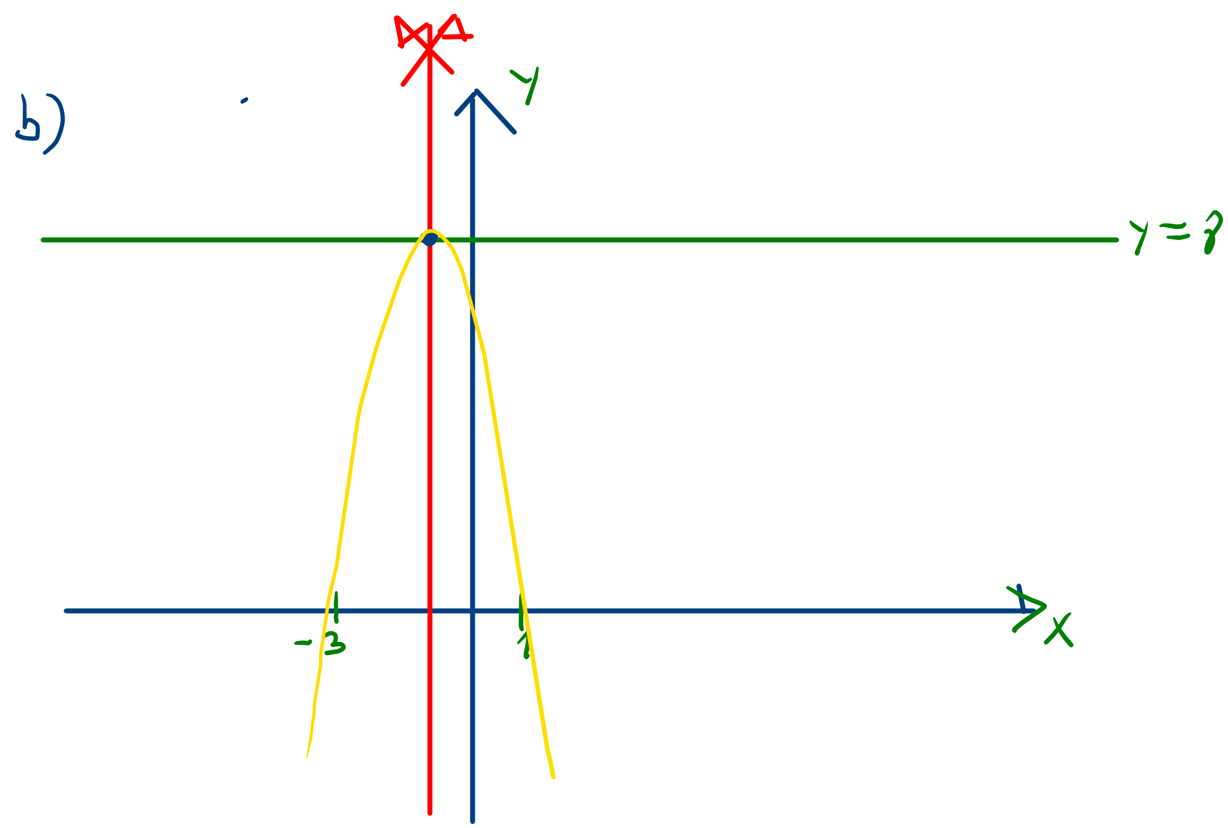
b) qui coupe l'axe Ox en $x=-3$ et $x=1$ et qui est tangente à la droite d'équation $y=8$;

$(-3;0)$ $(1;0)$

c) qui coupe l'axe Ox en $x=-3$ et $x=1$ et qui est tangente à la droite d'équation $y=-1$;

a) $f(x) = a(x-2)^2 + 5$

b)

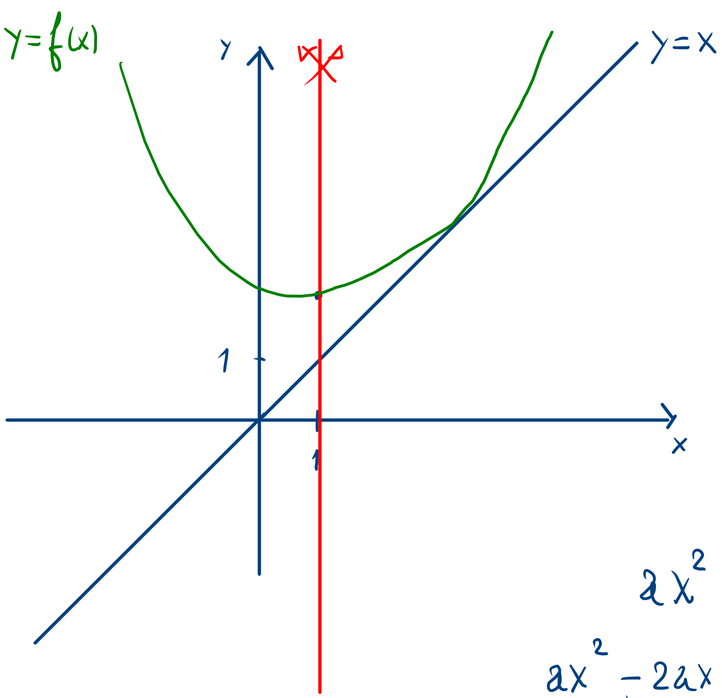


$S(-1;8)$

$f(x) = a(x+1)^2 + 8$

$f(1) = 0 \Rightarrow 4a + 8 = 0 \Rightarrow a = -2$

3.4.17 Déterminer la fonction dont le graphe est une parabole de sommet $S(1;2)$ tangente à la droite $y = x$.



$f(x) = a(x-1)^2 + 2 \quad , \quad a > 0$

$f(x) = a(x^2 - 2x + 1) + 2$

$f(x) = ax^2 - 2ax + a + 2$

On cherche l'intersection entre la parabole et la droite

$ax^2 - 2ax + a + 2 = x$ qui n'a qu'une solution

$ax^2 \underbrace{- 2ax - x} + a + 2 = 0$

$\underbrace{a}_{a} x^2 \underbrace{- (2a + 1)}_{b} x + \underbrace{a + 2}_{c} = 0$

Je dois avoir $\Delta = 0$: $\Delta = (2a+1)^2 - 4a(a+2)$

$= \underline{4a^2} + 4a + 1 - \underline{4a^2} - 8a = -4a + 1$

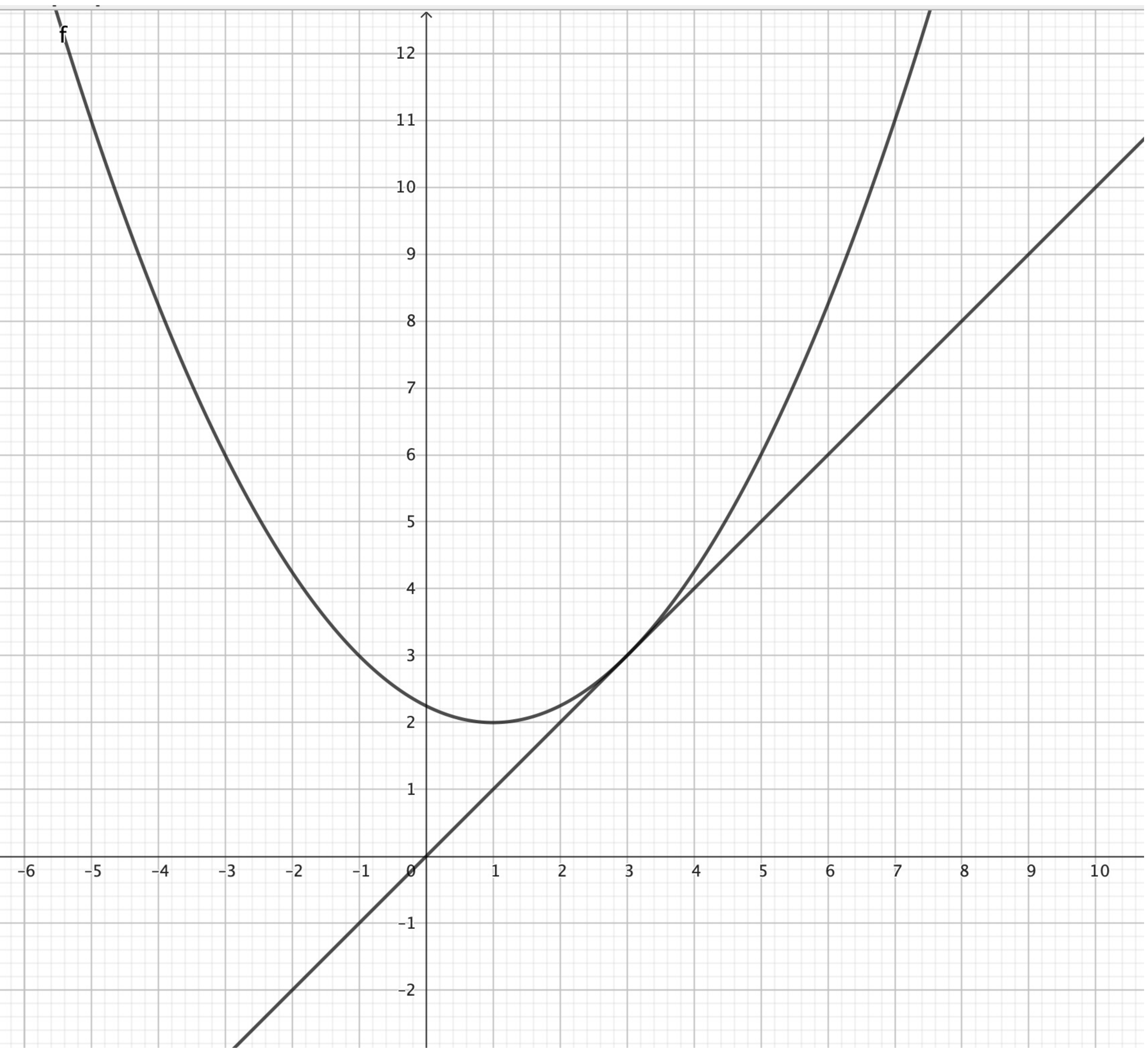
$\Delta = 0 \Leftrightarrow a = \frac{1}{4}$.

Donc $\underline{f(x) = \frac{1}{4}(x-1)^2 + 2}$

$= \frac{1}{4}(x^2 - 2x + 1) + 2$

$= \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} + 2$

$\underline{f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{9}{4}}$


f
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
−1
−2
−6
−5
−4
−3
−2
−1
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10