

Milieu d'un segment

$A(a_1, a_2)$ et $B(b_1, b_2)$

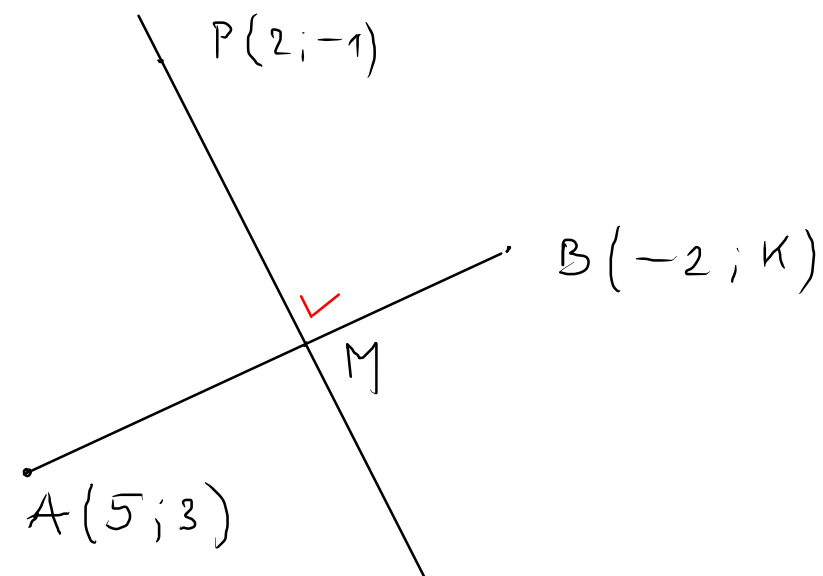
Milieu $M\left(\frac{a_1 + b_1}{2}, \frac{a_2 + b_2}{2}\right)$

Centre de gravité d'un triangle :

$C(c_1, c_2)$

centre de gravité : $G\left(\frac{a_1 + b_1 + c_1}{3}, \frac{a_2 + b_2 + c_2}{3}\right)$

1.4.5 Déterminer k pour que $P(2; -1)$ soit situé sur la médiatrice du segment AB , si $A(5; 3)$ et $B(-2; k)$.



P est sur la médiatrice si $PA = PB \Leftrightarrow \|\vec{PA}\| = \|\vec{PB}\|$

$$\vec{PA} = \vec{OA} - \vec{OP} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \|\vec{PA}\| = 5$$

$$\vec{PB} = \vec{OB} - \vec{OP} = \begin{pmatrix} -2 \\ k \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ k+1 \end{pmatrix}$$

$$\|\vec{PB}\| = \sqrt{(-4)^2 + (k+1)^2} = \sqrt{k^2 + 2k + 17}$$

$$\|\vec{PB}\| = \|\vec{PA}\| \Leftrightarrow \sqrt{k^2 + 2k + 17} = 5$$

$$k^2 + 2k + 17 = 25$$

$$k^2 + 2k - 8 = 0$$

$$(k - 2)(k + 4) = 0$$

$$k = 2 \text{ ou } k = -4$$

Vérification : $k=2: \sqrt{\underbrace{4+4+17}_{25}} \stackrel{?}{=} 5 \checkmark$

$k=-4: \sqrt{\underbrace{16-8+17}_{25}} \stackrel{?}{=} 5 \checkmark$

Donc $k \in \{-4, 2\}$

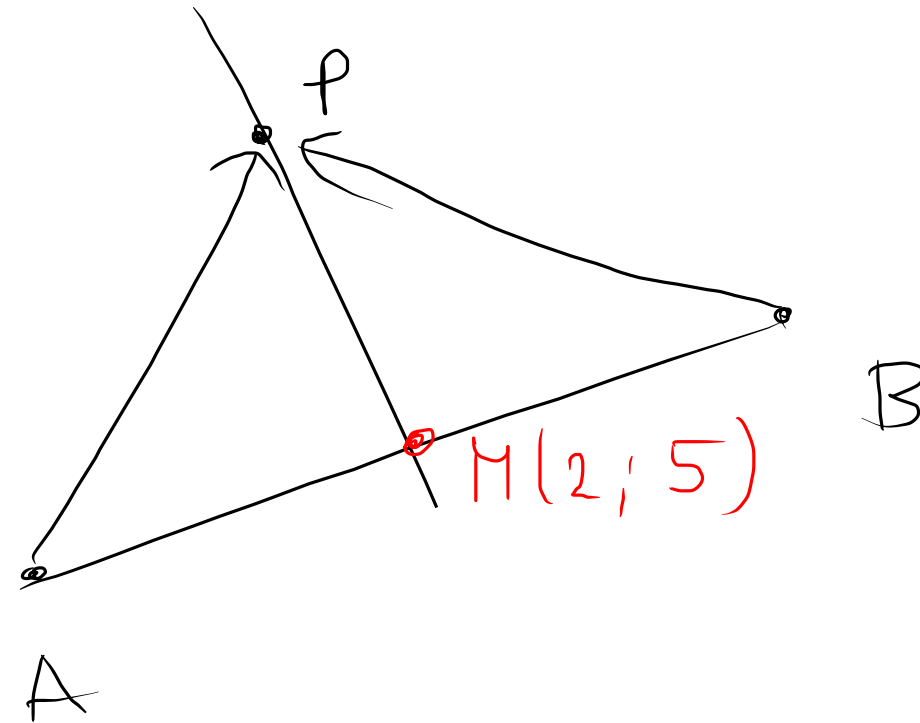
$()^2 \triangle!$
-25

1.4.6 Soit $A(1;2)$, $B(3;8)$ et $P(x;y)$. A quelle condition sur x et y le point P est-il situé sur la médiatrice de AB ?

$$\|\vec{AP}\| = \|\vec{BP}\|$$

$$\vec{AP} = \begin{pmatrix} x-1 \\ y-2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BP} = \begin{pmatrix} x-3 \\ y-8 \end{pmatrix}$$



$$\|\vec{AP}\| = \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5}$$

$$\|\vec{BP}\| = \sqrt{(x-3)^2 + (y-8)^2} = \sqrt{x^2 + y^2 - 6x - 16y + 73}$$

$$\|\vec{AP}\|^2 = \|\vec{BP}\|^2 \Rightarrow$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5 = x^2 + y^2 - 6x - 16y + 73$$

$$\Leftrightarrow 4x + 12y - 68 = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 3y - 17 = 0$$

Cette équation est l'équation de la médiatrice du segment AB .

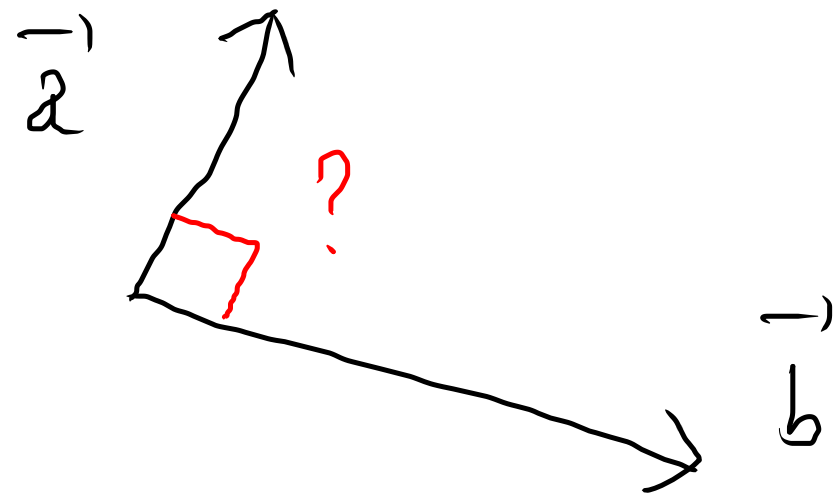
1.4.7 Mercredi

TE 25.01.23

1.4.9 Indiquer dans chacun des cas si les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont perpendiculaires :

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}$

c) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -8 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 16 \end{pmatrix}$



$$\|\vec{a} + \vec{b}\|^2 = \|\vec{a}\|^2 + \|\vec{b}\|^2 \quad \text{si le triangle est rectangle}$$

$$\left\| \begin{pmatrix} 9 \\ -2 \end{pmatrix} \right\|^2 \neq \left\| \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix} \right\|^2 + \left\| \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix} \right\|^2$$

$$85 \neq 29 + 58$$

$$85 \neq 87$$

Le triangle n'est pas rectangle.