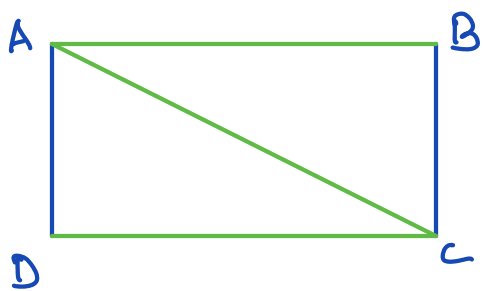


3.1.23 On donne les équations de deux côtés et d'une diagonale d'un rectangle : $x = 2y$, $2y - x = 15$ et $7x + y = 15$. Calculer les coordonnées de ses sommets.



$$(AB): x - 2y = 0$$

$$(DC): x - 2y + 15 = 0$$

$$(AC): 7x + y - 15 = 0$$

1) Sommet A:
$$\begin{cases} x - 2y = 0 & | & y & | & x \\ & | & \cdot 1 & | & \cdot 7 \\ 7x + y = 15 & | & 2 & | & \cdot (-1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 15x = 30 \\ -15y = -15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow \underline{A(2; 1)}$$

2) Sommet C:
$$\begin{cases} x - 2y = -15 & | & y & | & x \\ & | & \cdot 1 & | & \cdot 7 \\ 7x + y = 15 & | & \cdot 2 & | & \cdot (-1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 15x = 15 \\ -15y = -120 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 8 \end{cases} \Rightarrow \underline{C(1; 8)}$$

3) Sommet D: $AD \perp AB$

$$(AD): 2x + y + c = 0; \text{ par } A: 4 + 1 + c = 0 \Rightarrow c = -5$$

$$(AD): 2x + y - 5 = 0$$

$$\begin{cases} 2x + y = 5 & | & y & | & x \\ & | & \cdot 2 & | & \cdot 1 \\ x - 2y = -15 & | & \cdot 1 & | & \cdot (-2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = -5 \\ 5y = 35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 7 \end{cases} \Rightarrow \underline{D(-1; 7)}$$

4) Sommet B

$$(BC) : 2x + y + c = 0 ; \text{ par } C : 2 + 8 + c = 0 \Rightarrow c = -10$$

$$(BC) : 2x + y - 10 = 0$$

$$\begin{cases} 2x + y = 10 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \begin{array}{c|c} y & x \\ \hline \cdot 2 & \cdot 1 \\ \hline \cdot 1 & \cdot (-2) \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 20 \\ 5y = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \underline{\underline{B(4;2)}}$$