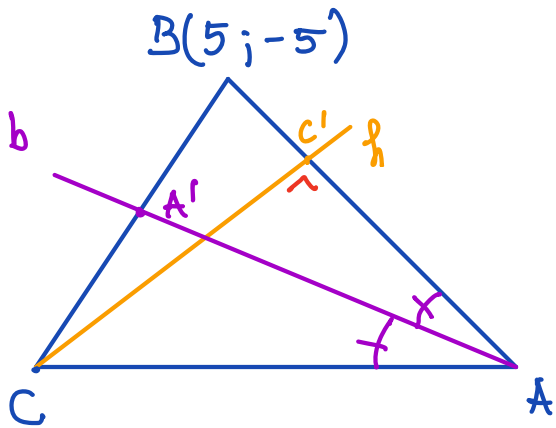


3.1.26 Déterminer les équations cartésiennes des côtés d'un triangle ABC connaissant $B(5; -5)$, ainsi que les équations d'une hauteur $h : 3x - 4y + 27 = 0$ et d'une bissectrice $b : 2x - y + 5 = 0$ issues de sommets différents.



$$(h) : 3x - 4y + 27 = 0$$

$$(b) : 2x - y + 5 = 0$$

B n'est ni sur h ni sur b

1) Droite $AB \perp h$:

$$(AB) : 4x + 3y + C = 0 ; \text{ par } B : 20 - 15 + C = 0 \Rightarrow C = -5$$

$$(AB) : 4x + 3y - 5 = 0$$

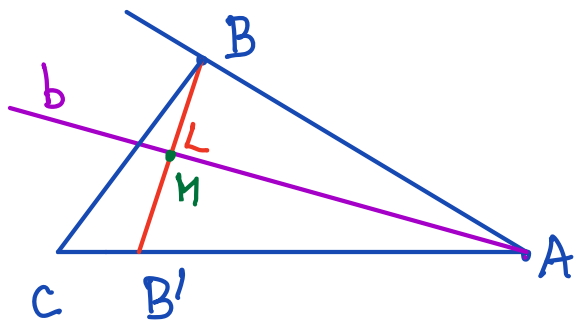
2) Sommet A :

$$(AB) : \begin{cases} 4x + 3y = 5 \\ \cdot 1 \end{cases} \left| \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot (-2) \end{array} \right. \begin{array}{l} x \\ x \end{array}$$

$$(b) : \begin{cases} 2x - y = -5 \\ \cdot 3 \end{cases} \left| \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot (-2) \end{array} \right. \begin{array}{l} x \\ x \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10x = -10 \\ 5y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow A(-1; 3)$$

3) La bissectrice b est un axe de symétrie de l'angle \widehat{CAB} .



Le point B' , symétrique de B par rapport à b est sur la droite AC .

On a $BB' \perp b$

$$(BB') : x + 2y + C = 0 ; \text{ par } B : 5 - 10 + C = 0 \Rightarrow C = 5$$

$$(BB') : x + 2y + 5 = 0$$

M milieu de BB'

$$(BB') : \begin{cases} x + 2y = -5 \\ y = 1 \end{cases} \cdot 2 \quad \begin{matrix} y \\ x \end{matrix}$$

$$(b) : \begin{cases} 2x - y = -5 \\ y = 1 \end{cases} \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = -15 \\ 5y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow M(-3; -1)$$

et ainsi on calcule $B'(p, q)$: $-3 = \frac{5+p}{2} \Rightarrow p = -11$

$$-1 = \frac{-5+q}{2} \Rightarrow q = 3$$

$$\Rightarrow B'(-11; 3)$$

4) Droite AC:

$$\frac{y-3}{x+11} = \frac{3-3}{-1+11} = \frac{0}{10}$$

$$\Rightarrow (AC): y - 3 = 0$$

5) Point C:

$$(AC) : \begin{cases} y = 3 \\ (b) : \begin{cases} 3x - 4y = -27 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ 3x = -27 + 12 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = -5 \end{cases} \Rightarrow C(-5; 3)$$

6) Droite BC:

$$\frac{y-3}{x+5} = \frac{-5-3}{5+5} = \frac{-8}{10} = -\frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow -4x - 20 = 5y - 15 \Rightarrow 4x + 5y + 5 = 0$$

$$\Rightarrow (BC): 4x + 5y + 5 = 0$$