

Géométrie analytique 1 – TE 787B

Problème	1	2	3	4	5	Total
Points	3	2	6	10	6	27
Points obtenus						

Problème 1 (3 points)

Donner une équation paramétrique de la droite d passant par les points $A(1; 4)$ et $B(6; -5)$.

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 6 \\ -5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \end{pmatrix}$$

$$(d). \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \end{pmatrix}, k \in \mathbb{R}$$

Problème 2 (2 points)

Déterminer une équation cartésienne de la droite parallèle à la droite $(d) : 7x = -5y + 12$ passant par le point $A(-4; 1)$.

$$7x + 5y + c = 0$$

par A: $-28 + 5 + c = 0 \Rightarrow c = 23$

$$\Rightarrow \underline{7x + 5y + 23 = 0}$$

Problème 3 (6 points)

Soit deux droites f et g données par :

$$(f) : 3x - 4y - 27 = 0 \quad \text{et} \quad (g) : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

a) Quelle est la pente de la droite f ?

$$m = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

b) Quelle est la pente de la droite g ?

$$m = \frac{4}{-3}$$

c) Donner une équation paramétrique vectorielle de la droite f .

$$(9; 0) \in f$$
$$\left(\frac{f}{f}\right) : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 0 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}, k \in \mathbb{R}$$

d) Donner une équation cartésienne de la droite g .

$$\begin{cases} x = 2 - 3k \\ y = 1 + 4k \end{cases} \begin{array}{l} \cdot 4 \\ \cdot 3 \end{array}$$
$$\Rightarrow 4x + 3y = 11 \quad \Rightarrow (g) : 4x + 3y - 11 = 0$$

Problème 4 (10 points)

Un triangle ABC est donné par les équations cartésiennes de deux de ses cotés et par le pied de la hauteur issue de C :

$$(AC) : x - 7y - 38 = 0 \quad , \quad (BC) : 17x + 6y - 146 = 0 \quad , \quad H_C(-2; 5)$$

a) Calculer les coordonnées des sommets du triangle ABC .

b) Calculer l'aire du triangle ABC .

2) Sommet C :

$$\begin{cases} x - 7y = 38 \\ 17x + 6y = 146 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot 17 \\ \cdot (-1) \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 7y + 38 \\ -125y = 500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = -4 \end{cases} \Rightarrow C(10; -4)$$

Droite AB : $\vec{CH}_C = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 10 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ 9 \end{pmatrix} \cup \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow (AB) : 4x - 3y + c = 0$$

par H_C : $-8 - 15 + c = 0 \Rightarrow c = 23$

$$(AB) : 4x - 3y + 23 = 0$$

Sommet A :

$$\begin{cases} (AB) : 4x - 3y = -23 \\ (AC) : x - 7y = 38 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot (-4) \end{array} \begin{array}{l} \cdot 7 \\ \cdot (-3) \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 25y = -175 \\ 25x = -275 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -7 \\ x = -11 \end{cases} \Rightarrow A(-11; -7)$$

Sommet B :

$$\begin{cases} (AB) : 4x - 3y = -23 \\ (BC) : 17x + 6y = 146 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot 17 \\ \cdot (-4) \end{array} \begin{array}{l} \cdot 2 \\ \cdot 1 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -75y = -975 \\ 25x = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 13 \\ x = 4 \end{cases} \Rightarrow \underline{B(4;13)}$$

$$b) \text{ Aire } \triangle ABC = \frac{1}{2} \left| \vec{AB}, \vec{AC} \right|$$

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ 13 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -11 \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 20 \end{pmatrix}$$

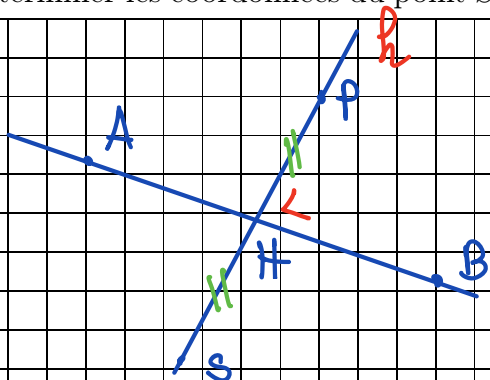
$$\vec{AC} = \begin{pmatrix} 10 \\ -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -11 \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{ Aire} = \frac{1}{2} \left| 15 \cdot 3 - 21 \cdot 20 \right| = \frac{1}{2} \cdot 375 \\ = \underline{187.5}$$

Problème 5 (6 points)

Considérons les points $A(-1; -1)$, $B(9; -6)$ et $P(8; 2)$.

- a) Déterminer les coordonnées du point H , projection orthogonale du point P sur la droite AB .
 b) Déterminer les coordonnées du point S , symétrique du point P par rapport à la droite AB .



2) Droite AB :

$$\frac{y+1}{x+1} = \frac{-6+1}{9+1} = \frac{-5}{10} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow (AB) : x + 2y + 3 = 0$$

$$(P_h) : 2x - y + c = 0$$

$$\text{par } P : 16 - 2 + c = 0 \Rightarrow c = -14$$

$$\Rightarrow (P_h) : 2x - y - 14 = 0$$

Point H :

$$\begin{cases} 2x - y = 14 \\ x + 2y = -3 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot (-2) \end{array} \begin{array}{l} -2 \\ \cdot 1 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -5y = 20 \\ 5x = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -4 \end{cases} \Rightarrow \underline{\underline{H(5; -4)}}$$

b) H milieu de Ps : $\Rightarrow \underline{\underline{S(2; -10)}}$