

2.6.1 Pour les fonctions suivantes, on demande : l'ensemble de définition, les asymptotes (avec étude de position) et le tracé du graphe.

a) $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 2x - 3}$

b) $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x - 2}$

- ① l'ensemble de définition
- ② les asymptotes (avec étude de position)
- ③ le tracé du graphe.

b) ① Recherche des zéros du dénominateur :

$$x - 2 = 0$$

$$x = 2$$

$$ED(f) = \mathbb{R} - \{2\}$$

② Recherche des AV

Si elles existent, elles apparaissent aux valeurs interdites.

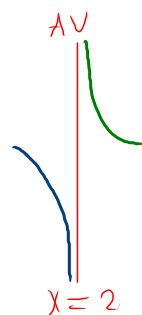
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x + 1}{x - 2} \underset{\substack{= \\ \frac{7}{0}}}{=} \infty \Rightarrow \underline{x = 2 \text{ est une AV}}$$

Pour déterminer la position de la courbe par rapport à cette AV, on fait le tableau des signes.

x	2	
$x^2 + x + 1$	+	+
$x - 2$	-	+
$f(x)$	-	+

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$$



Recherche AH/AO

Pour une fonction rationnelle, on fait toujours la division euclidienne.

$$\begin{array}{r|l} x^2 + x + 1 & x - 2 \\ - x^2 - 2x & \hline 3x + 1 & x + 3 \\ - 3x - 6 & \hline \text{reste } 7 & \end{array}$$

$y = x + 3$ est l'AO

$$f(x) = x + 3 + \frac{7}{x - 2} \quad \left[= \text{AO} + \delta(x) \right]$$

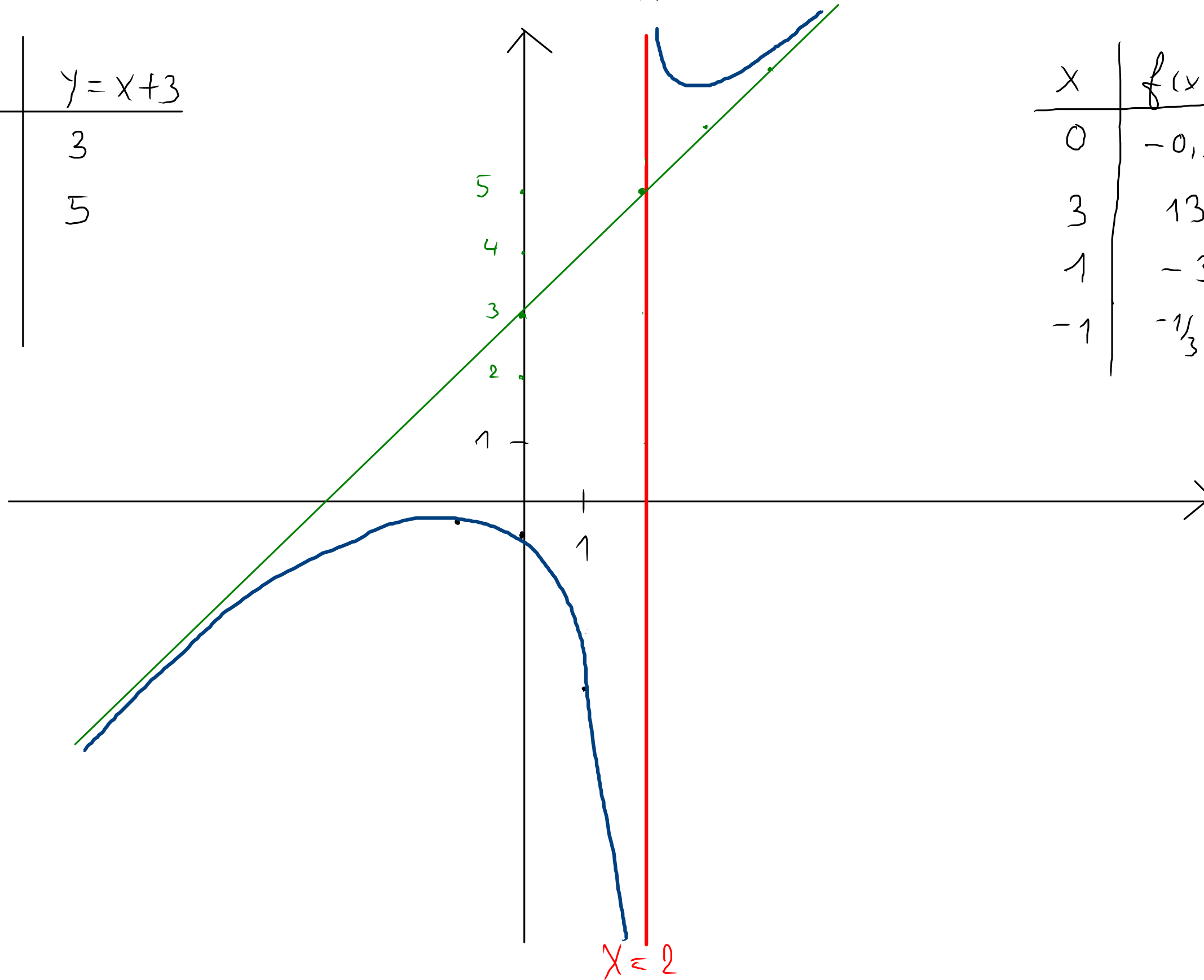
Quelle est la position de cette AO par rapport à la courbe ?

On cherche le signe de $\delta(x) = \frac{7}{x - 2}$

x	2	
$\delta(x)$	-	+
position	dessous	dessus

③ Graphique de $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x - 2}$

x	y = x + 3
0	3
2	5



x	f(x)
0	-0,5
3	13
1	-3
-1	-1/3