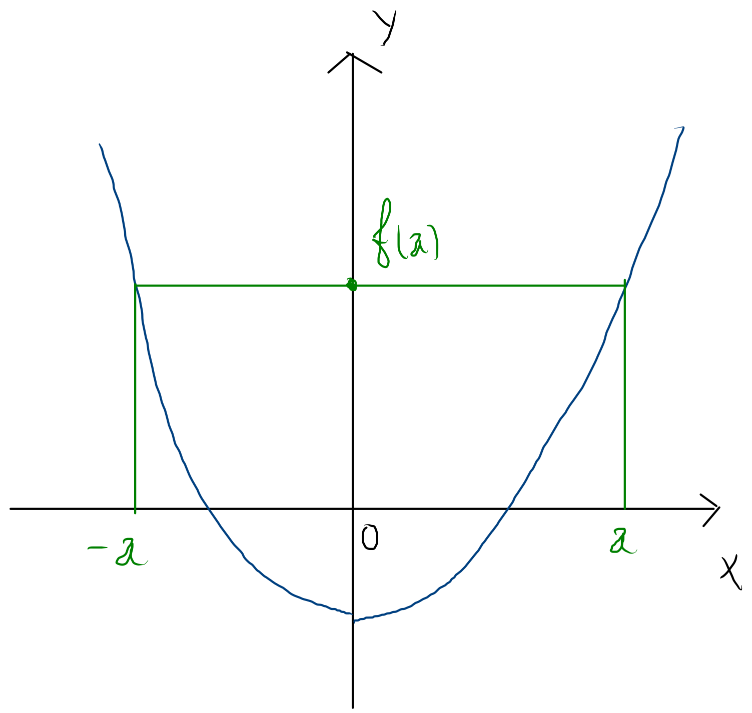
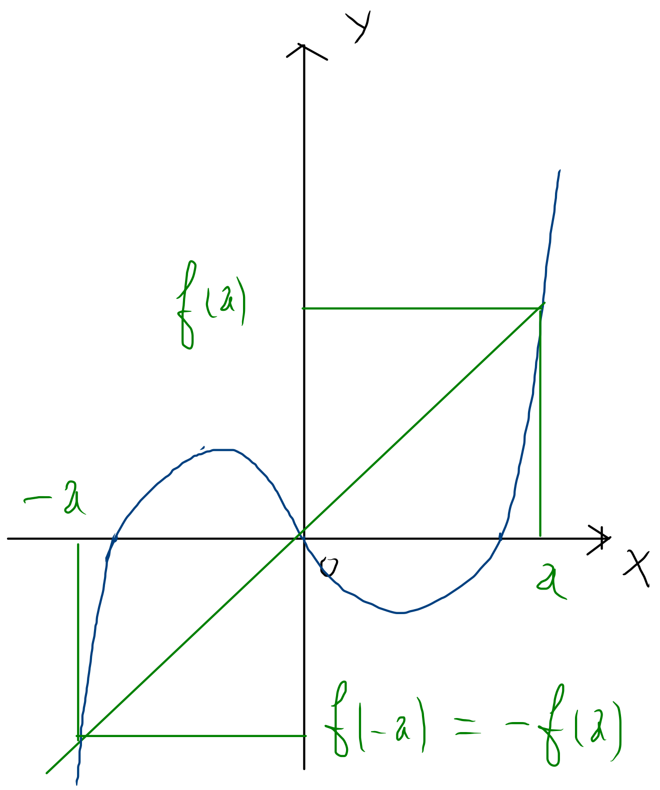
02.11.22



Une fonction est paire si sa représentation graphique est symétrique par rapport à l'axe Oy.

$$\boxed{\forall a \in ED(f), \text{ on a } f(a) = f(-a)}$$



Une fonction est impaire si sa représentation graphique est symétrique par rapport à l'origine.

$$\boxed{\forall a \in ED(f), \text{ on a } f(a) = -f(-a)}$$

Si $0 \in ED(f)$, alors $f(0) = 0$

2.2.19

a) $f(x) = 9x^4 - 3x^2 + 2$

b) $f(x) = x^3 - 2x$

c) $f(x) = 5$

d) $f(x) = x^2 + 8x + 2$

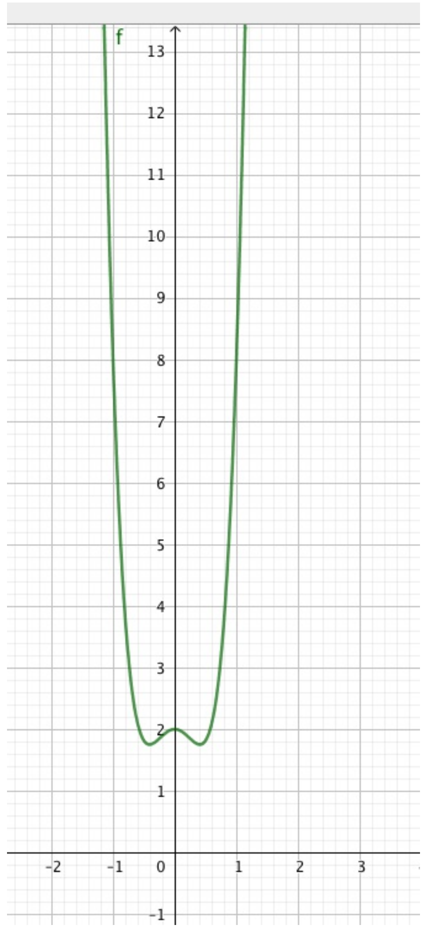
e) $f(x) = \dfrac{3x^2 - 2}{2x}$

f) $f(x) = \dfrac{x^5 - x}{x^2 + 1}$

a) $ED(f) = \mathbb{R}$

$f(-x) = 9(-x)^4 - 3(-x)^2 + 2$

$= 9x^4 - 3x^2 + 2 = f(x)$



donc f est paire.

b) $ED(f) = \mathbb{R}$

$f(-x) = (-x)^3 - 2(-x) = -x^3 + 2x = -(x^3 - 2x)$

$= -f(x)$

impaire

c) paire

d) $ED(f) = \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 8x + 2$

$f(-x) = (-x)^2 + 8(-x) + 2 = x^2 - 8x + 2$

ni paire, ni impaire

e) $f(x) = \dfrac{3x^2 - 2}{2x}$

f) $f(x) = \dfrac{x^5 - x}{x^2 + 1}$

e) $ED(f) = \mathbb{R}^*$

$$f(-x) = \frac{3(-x)^2 - 2}{2\cdot(-x)} = \frac{3x^2 - 2}{-2x} = -\frac{3x^2 - 2}{2x}$$

$$= -f(x)$$ impaire

f) $ED(f) = \mathbb{R}$

$$f(-x) = \frac{(-x)^5 - (-x)}{(-x)^2 + 1} = \frac{-x^5 + x}{x^2 + 1}$$

$$= \frac{-(x^5 - x)}{x^2 + 1} = -f(x)$$ impaire

$2x$ $\qquad\qquad$ x^2+1

g) $f(x) = \dfrac{x}{x+2} + \dfrac{x}{x-2}$

h) $f(x) = x^6 + 3x^2 - \frac{1}{x}$

g) $ED(f) = \mathbb{R} - \{-2\,;\,2\}$

$$f(-x) = \frac{-x}{-x+2} + \frac{-x}{-x-2}$$

$$= -\frac{x}{-x+2} + \frac{-x}{-(x+2)}$$

$$= \frac{x}{x-2} + \frac{x}{x+2} = f(x)$$

paire

h) $ED(\mathbb{R}) = \mathbb{R}^*$

$$f(-x) = x^6 + 3x^2 + \frac{1}{x}$$

pas de parité

i) $f(x) = \sqrt{x}$

j) $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$

i) $ED(f) = \mathbb{R}_+$

Comme $ED(f)$ n'est pas symétrique, f n'a pas de parité.

j)

x		-3		3	
$9-x^2$	$-$	0	$+$	0	$-$

$9 - x^2 = 0$

$(3-x)(3+x) = 0$

$ED(f) = [-3; 3]$

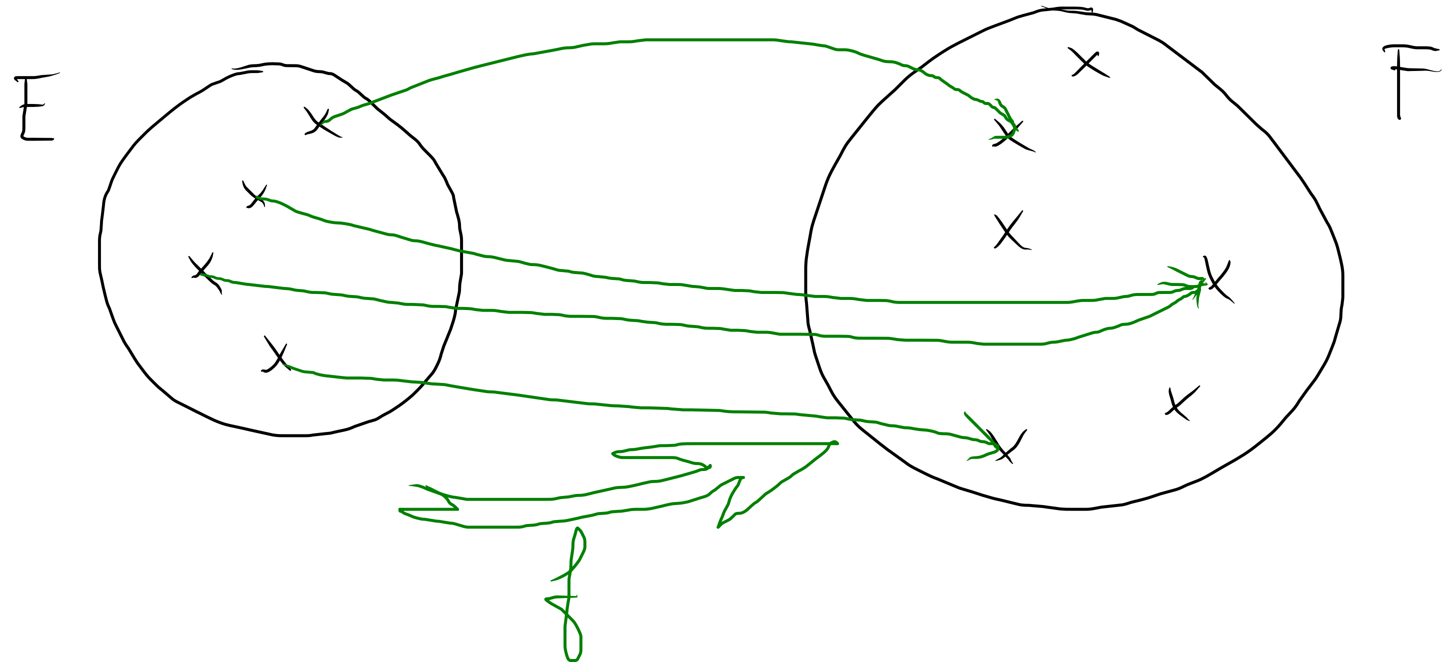
$f(-x) = \sqrt{9-x^2} = f(x)$

paire

Fonction injective et surjective

Une fonction est la donnée de trois éléments :

- Un ensemble E, appelé ensemble de départ (ou ensemble de définition)
- Un ensemble F, appelé ensemble d'arrivée
- Une correspondance f qui à tout élément de E fait correspondre un et un seul élément de F



Soit f une fonction.

injectif

On dit que f est injective si

$$f(a) = f(b) \iff a = b$$

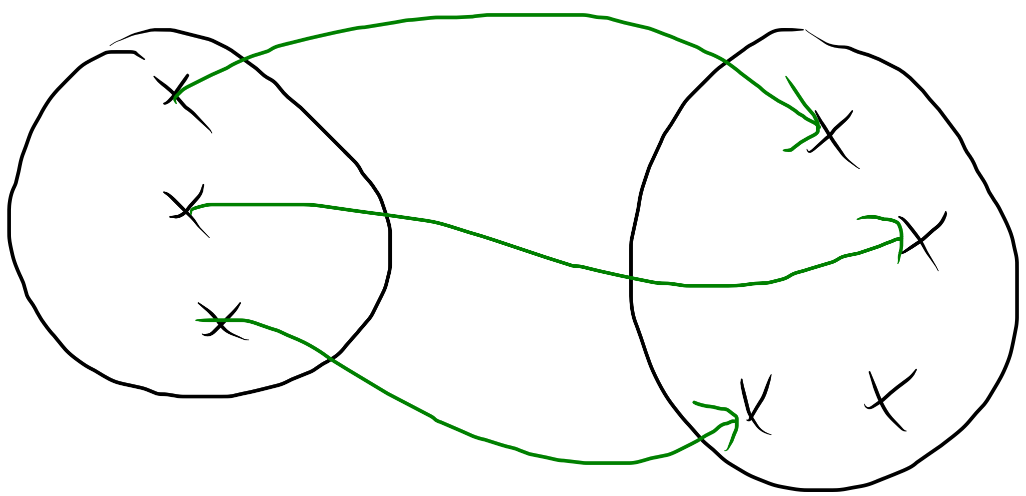
surjectif

On dit que f est surjective si

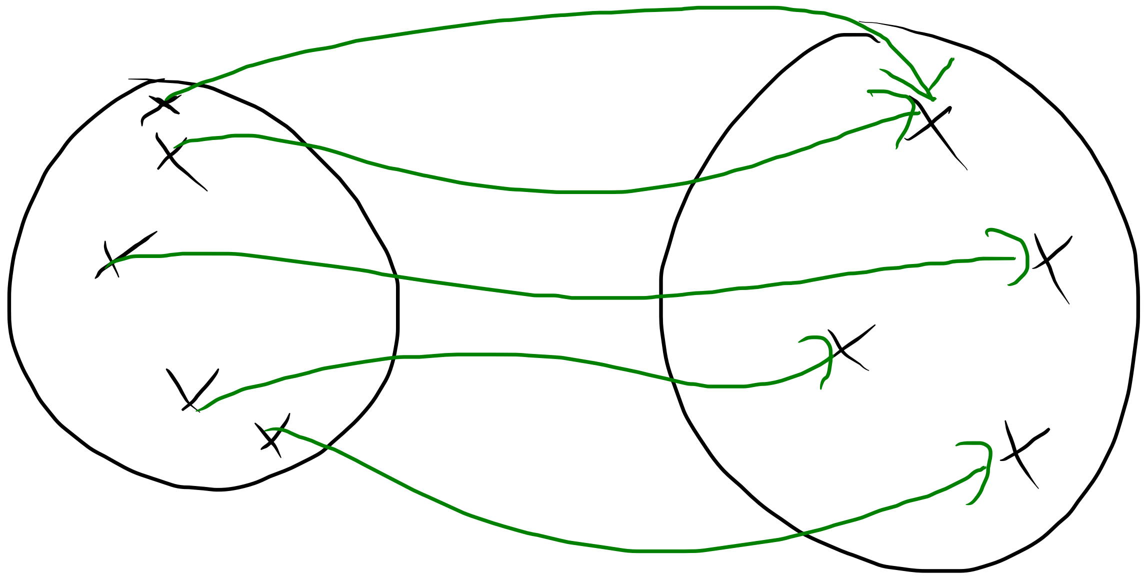
Pour tout $y \in F$, il existe $x \in E$ tel que

$$f(x) = y$$

Injectif



Surjectif



2.3.1

a) $f_1 : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$, $x \mapsto 2x+1$ $\qquad f_1(2) = 5\ ;\quad f(-3) = -5$

b) $f_2 : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$, $x \mapsto x^2$

c) $f_3 : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$, $x \mapsto x-3$

d) $f_4 : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$, $x \mapsto x^3$

a) 1) Soit $a, b \in \mathbb{Z}$ tel que $f_1(a) = f_1(b)$

$$
\begin{aligned}
2a+1 &= 2b+1 && \mid -1 \\
2a &= 2b && \mid \div 2 \\
a &= b
\end{aligned}
$$

donc f_1 est injective

2) $f(x) = 0 \iff$

$$
\begin{aligned}
2x+1 &= 0 && \mid -1 \\
2x &= -1 && \mid \div 2 \\
x &= -\frac{1}{2} && \notin \mathbb{Z}
\end{aligned}
$$

donc f_2 n'est pas surjective

b) $$f_2 : \begin{array}{rcl} \mathbb{Z} & \to & \mathbb{Z} \\ x & \mapsto & x^2 \end{array}$$

1) Injectif : $f(-1) = f(1) = 1$

$f(-2) = f(2) = 4$

pas injectif

2) $-1 \in \mathbb{Z}$, il n'existe pas $x \in \mathbb{Z}$ tel

que $f(x) = -1$.

pas surjectif.

c) $f_3 : \begin{array}{ccc} \mathbb{Z} & \to & \mathbb{Z} \\ x & \mapsto & x-3 \end{array}$

2) $y \in \mathbb{Z}$, trouver x tel que $f(x) = y$

$$x - 3 = y$$
$$x = y + 3 \in \mathbb{Z}$$

$$f_3(y+3) = (y+3) - 3 = y$$

donc surjectif

1) $f(a) = f(b) \iff a - 3 = b - 3$

$\iff a = b$ donc injectif.