03.02.23

Bissectrice

Droite
- f: 3x - 4y = -12
- g: 5x + 12y = 36

$f: \ 3x - 4y + 12 = 0$

$g: \ 5x + 12y - 36 = 0$

Représentons ces deux droites dans un système d'axes:

Points sur f : $A(0;3)$, $B(-4;0)$

Points sur g : $A(0;3)$, $C(12;-2)$

vecteur directeur de $\vec{f} = \vec{AB} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ de longueur 5

vecteur directeur de $g = \vec{AC} = \begin{pmatrix} 12 \\ -5 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 12 \\ -5 \end{pmatrix}$ de longueur 13

$\vec{d_1} = 13 \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{d_2} = 5 \begin{pmatrix} 12 \\ -5 \end{pmatrix}$

$\vec{d_1} = \begin{pmatrix} 52 \\ 39 \end{pmatrix}$ $\qquad = \begin{pmatrix} 60 \\ -25 \end{pmatrix}$

Vecteur directeur:

$\vec{d_1} + d_2 = \begin{pmatrix} 112 \\ 14 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix}$

Equation de la bissectrice :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 + 8k & \cdot 1 \\ y = 3 + \cdot k & \cdot(-8) \end{cases}$$

$$\boxed{(b_1) \quad x - 8 \cdot y + 24 = 0}$$

Deuxième méthode :

$$\frac{|3x-4y+12|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = \frac{|5x+12y-36|}{\sqrt{5^2+12^2}}$$

Deux bissectrices :

"+" : $\frac{3x-4y+12}{5} = + \frac{5x+12y-36}{13}$

$13(3x-4y+12) = 5(5x+12y-36)$

$39x-52y+156 = 25x+60y-180$

(b_1) : $14x-112y+336 = 0$

$$\boxed{x-8y+24=0}$$

"−" : $\frac{3x-4y+12}{5} = - \frac{5x+12y-36}{13}$

$13(3x-4y+12) = -5(5x+12y-36)$

$39x-52y+156 = -25x-60y+180$

(b_2) : $64x+8y-24=0$

$$\boxed{8x+y-3=0}$$

Ces deux bissectrices sont perpendiculaires