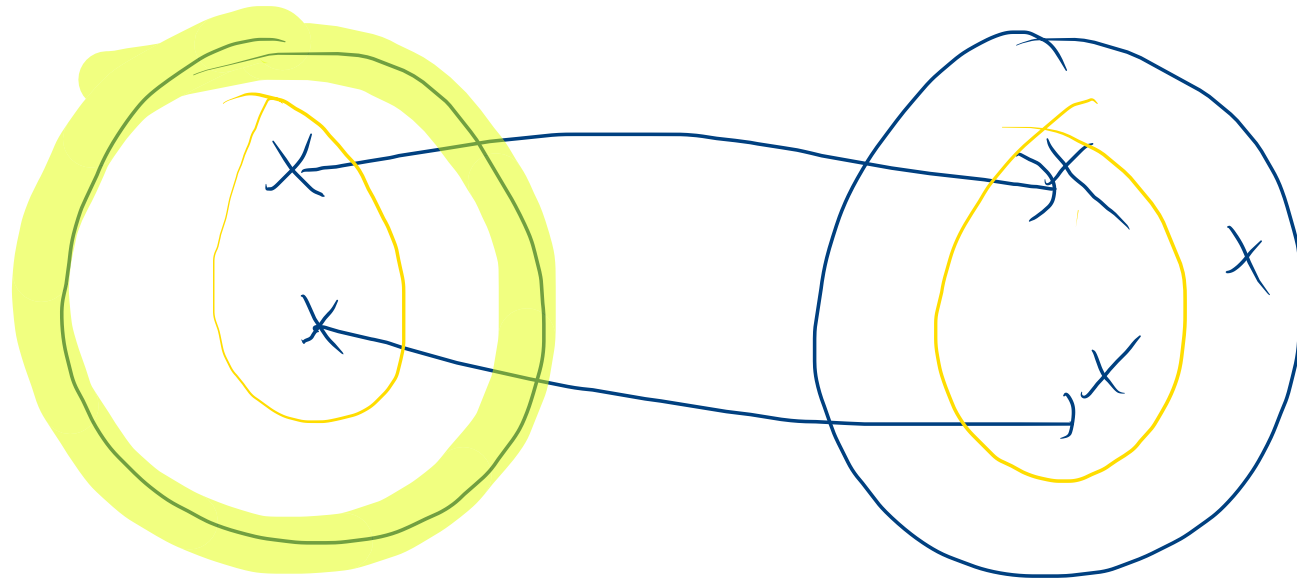
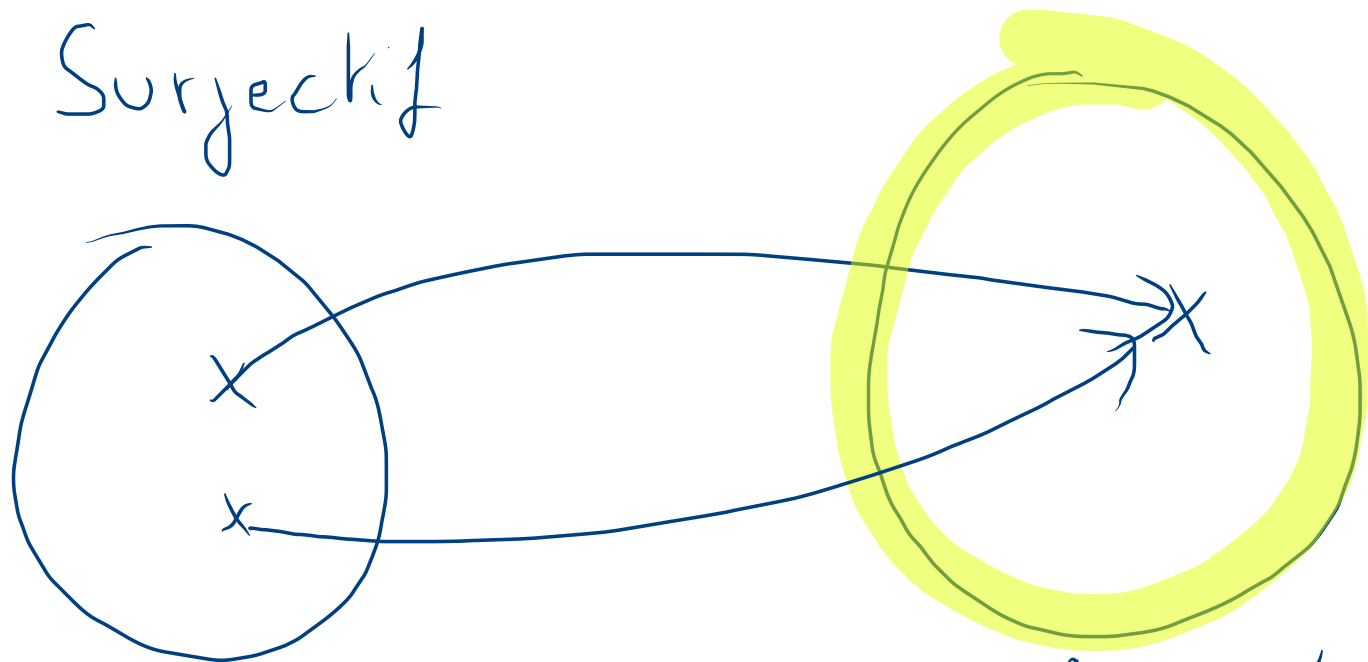


Injectif



Départ

Surjectif



Arrivée

$$c) f_3 : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$$
$$x \mapsto x - 3$$

injectif : $a, b \in \mathbb{Z}$, $f(a) = f(b)$

$$\Rightarrow a - 3 = b - 3$$
$$a = b$$

Surjectif : $y \in \mathbb{Z}$, trouvons $x \in \mathbb{Z}$ tel que

$$f(x) = y$$

Prenons $x = y + 3$

Alors $f(y + 3) = y$, $y + 3 \in \mathbb{Z}$

Donc f est injective et surjective. On dit qu'elle est bijective.

$$\text{d) } f_4 : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \\ x \mapsto x^3$$

$$\text{1) } \underline{\text{Injectif}} : a, b \in \mathbb{Z}, f(a) = f(b) \\ \Rightarrow a^3 = b^3 \Rightarrow a = b$$

donc injectif

2) Il n'existe pas $x \in \mathbb{Z}$ tel que $f(x) = 2$
en fait $x = \sqrt[3]{2} \notin \mathbb{Z}$

$$f) f_6 : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$
$$x \mapsto x + 2$$

$$\mathbb{Z} = \{ \dots, -1, 0, 1, 2, \dots \}$$

$$\mathbb{N} = \{ 0, 1, 2, 3, \dots \}$$

Injectif : $a, b \in \mathbb{N}$, $f(a) = f(b) \Rightarrow a + 2 = b + 2$

$\Rightarrow a = b$. Donc injectif.

Surjectif : $0 \in \mathbb{N}$, alors $f(-2) = 0$, mais

$-2 \notin \mathbb{N}$. Donc pas surjectif.