

Asymptotes

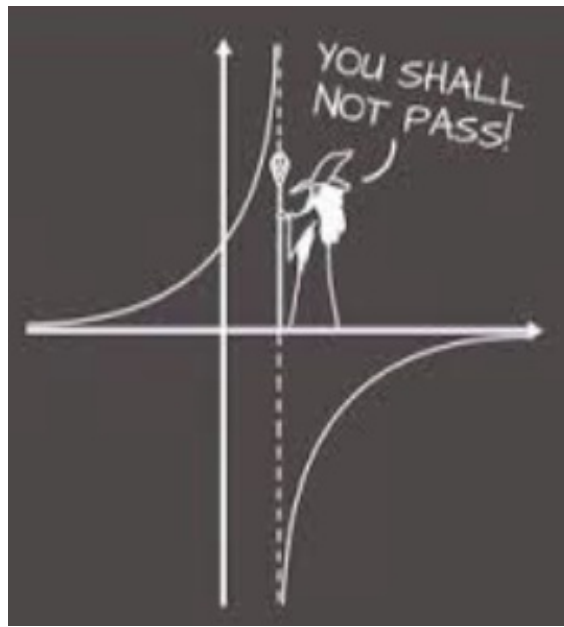
Une droite asymptote, ou plus simplement asymptote, à une courbe est une droite telle que lorsque l'abscisse ou l'ordonnée tend vers l'infini, la distance à la courbe tend vers 0.

Nous avons trois types d'asymptotes :

- 1) Les asymptotes verticales, notées AV
- 2) Les asymptotes horizontales, notées AH
- 3) Les asymptotes obliques, notées AO

Ces droites nous serviront de guide pour tracer le graphique.

Le graphique ne traverse jamais une AV.



Exercice 1
Déterminer les asymptotes verticales (AV) des fonctions suivantes.

a) $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+x-6}$

d) $f(x) = \frac{x^2+x-12}{x^2-3x-10}$

2) Déterminons son ensemble de définition.

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0$$

zéros du dénominateur : $x = -3$ et $x = 2$

$$ED(f) = \mathbb{R} - \{-3; 2\}$$

Que se passe-t-il pour $f(x)$ si x se rapproche de -3 , puis de 2

① $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x+1}{x^2+x-6} \underset{\substack{= \infty \\ \text{"-5" / 0}}}{=} \infty \Rightarrow x = -3 \text{ est une AV}$

② $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+1}{x^2+x-6} \underset{\substack{= \infty \\ \text{"5" / 0}}}{=} \infty \Rightarrow x = 2 \text{ est une AV}$

La droite $x = a$ est une AV de la courbe $y = f(x)$ si

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$$

Quelle est la position de la courbe par rapport à ses AV ?

Pour cela, nous devons établir le tableau des signes de $f(x)$.

x	-3	$-\frac{1}{2}$	2	
$2x+1$	-	-	0	+
$x+3$	-	+	+	+
$x-2$	-	-	-	+
$f(x)$	-	+	-	+

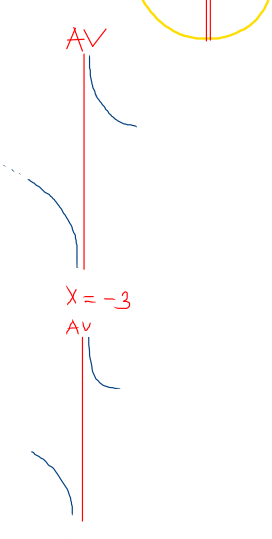
$-1/2 \checkmark$
 $-3 \checkmark$
 2

• $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = +\infty$

• $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$



$$b) f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2}$$

$$\text{ED: } x^2 + 2 = 0$$

— pas de solution $\Rightarrow \text{ED}(f) = \mathbb{R}$

\Rightarrow pas d'AV.

$$c) f(x) = \frac{9}{x^2 - 9}$$

$$\text{ED: } \text{ED}(f) = \mathbb{R} - \{-3; 3\}$$

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow -3} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{9}{x^2 - 9} \underset{\frac{9}{0}}{=} \infty \Rightarrow x = -3 \text{ AV}$$

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{9}{x^2 - 9} \underset{\frac{9}{0}}{=} \infty \Rightarrow x = 3 \text{ AV}$$

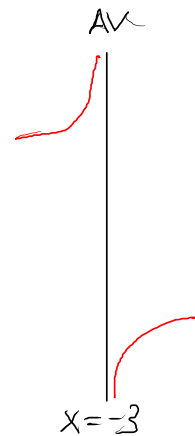
x	-3	3
x-3	-	- 0 +
x+3	- 0 +	+ +
f(x)	+	- +

$$\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = +\infty$$

<

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -\infty$$

>



$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -\infty$$

<

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = +\infty$$

>

