23.09.22

1.2.27 Le césium est une matière radioactive dont la demi-vie est égale à environ 30 ans. On dispose de 100 tonnes de cette substance.

a) Déterminer la quantité de substance restante Q après t années.

b) Combien restera-t-il de cette substance après 5 ans.

a) $Q(t) = Q_0 \, e^{Kt}$

$Q(30) = 50$

Déterminons K:

$$50 = 100 \, e^{30K} \quad \Big| \div 100$$

$$0{,}5 = e^{30K}$$

$$\ln(0{,}5) = 30K \quad \Big| \div 30$$

$$K = \frac{\ln(0{,}5)}{30} \cong -0{,}023105$$

$$\boxed{Q(t) = 100 \cdot e^{-0{,}023105t}}$$

b) $Q(5) = 89{,}09$

Après 5 ans, il reste 89 tonnes de substance

1.2.28 Les grottes de Lascaux ont été découvertes en 1940. Des analyses ont montré que le charbon trouvé dans ces grottes avait perdu le 83% de la quantité de C^{14} présent dans les plantes vivantes. Déterminer l'âge des peintures de Lascaux.

demi-vie du C14 : 5730 années

$$Q(t) = Q_0 e^{Kt}$$

$$\boxed{Q(t) = Q_0 \cdot e^{-0{,}00012097 t}}$$

$$e^{5730K} = 0{,}5$$

$$K \cong \frac{\ln(0{,}5)}{5730} \cong -0{,}00012097$$

Perte 83%, reste 17% de la masse initiale

$$Q(t) = 0{,}17 \cdot Q_0$$

$$0{,}17 \cdot \cancel{Q_0} = \cancel{Q_0} \, e^{-0{,}00012097 t}$$

$$0{,}17 = e^{-0{,}00012097 t}$$

$$t = \frac{\ln(0{,}17)}{-0{,}00012097} \cong 14\,648$$

Les grottes de Lascaux datent d'environ 12'708 av J.C.

Retour sur les fonctions

Une fonction est la donnée de trois éléments :

1) Un ensemble de départ E
2) Un ensemble d'arrivée F
3) Une correspondance f entre E et F telle qu'à tout élément de E correspond un et un seul élément de F.

$$E \xrightarrow{f} F$$

Comme nous n'étudions que des fonctions réelles, E et F sont des sous-ensembles de $\mathbb{R}$.

L'ensemble de définition d'une fonction est le plus grand sous-ensemble de $\mathbb{R}$ pour lequel ses élément ont un sens pour f.

Exemples :

1)
$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$x \longmapsto x^2 + 3x + \sqrt{2}$$
fonction polynomiale

2)
$$f : \mathbb{R} - \{1\} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$x \longmapsto \frac{1}{x-1}$$

3)
$$f : \mathbb{R} - \{1 ; 4\} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$x \longmapsto \frac{x+3}{x^2 - 5x + 4}$$
fonctions rationnelles

$x^2 - 5x + 4 = 0$
$(x-4)(x-1) =$

4)
$$f : [2 ; +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$$
$$x \longmapsto \sqrt{x-2}$$
fonction irrationnelle

$x - 2 \geqslant 0$

$x \geqslant 2$