

4.2.24 CHF 10'000.- sont déposés sur un compte d'épargne à un taux d'intérêts composés de 11% par an. Combien faudra-t-il d'années au minimum pour que la somme double?

farfelu

$$C_0 = 10'000 = x$$

$$C_n = 20'000 = 2x$$

$$10'000 \cdot 1,11^n = 20'000$$

$$1,11^n = 2$$

$$n \cdot \log(1,11) = \log(2)$$

$$n = \frac{\log(2)}{\log(1,11)}$$

$$n \cong 6,64$$

$$\Rightarrow \underline{n = 7 \text{ ans}}$$

4.2.25 Le taux de dépréciation annuel d'une voiture de valeur initiale CHF 18'000.- est de 25%.

- Trouver la valeur  $v$  de cette voiture après  $t$  années.
- Calculer la valeur de la voiture après 8 ans.
- Calculer la valeur de la voiture lorsque  $t$  devient très grand.

$$a) \quad V_0 = 18'000$$

$$V_1 = 18'000 - 18'000 \cdot \frac{25}{100} = 18000 - 0,25 \cdot 18'000$$

$$V_2 =$$

$$\vdots$$
$$V_t = 18'000 \cdot 0,75^t$$

$$b) \quad V_8 = 1802,03$$

$$c) \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} 18'000 \cdot 0,75^t = 18'000 \underbrace{\lim_{t \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^t}_{0^+} = 0$$

4.2.26 Nous avons au départ 50mg de l'isotope  $Po^{210}$ . Après 30 jours, il n'en reste plus que 43mg.

- Déterminer la quantité de matière restante  $Q$  après  $t$  jours.
- Combien restera-t-il de matière après 3 semaines.
- Quelle est la demi-vie de cet isotope.

a)

$t$	$Q(t)$
0	50mg
30	43mg

$$Q(t) = Q_0 e^{kt} \quad \text{modèle choisi}$$

Déterminons  $Q_0$  et  $k$  :

$$Q(0) = 50 \Rightarrow Q_0 e^{\underset{1}{k \cdot 0}} = 50 \Rightarrow Q_0 = 50 \text{ [mg]}$$

$$Q(30) = 50 e^{30k} = 43 \Rightarrow e^{30k} = \frac{43}{50}$$

$$30k = \ln(0,86)$$

$$k = \frac{\ln(0,86)}{30}$$

$$Q(t) = Q_0 \left( e^{\ln(0,86)} \right)^{\frac{t}{30}} = Q_0 \cdot 0,86^{\frac{t}{30}}$$

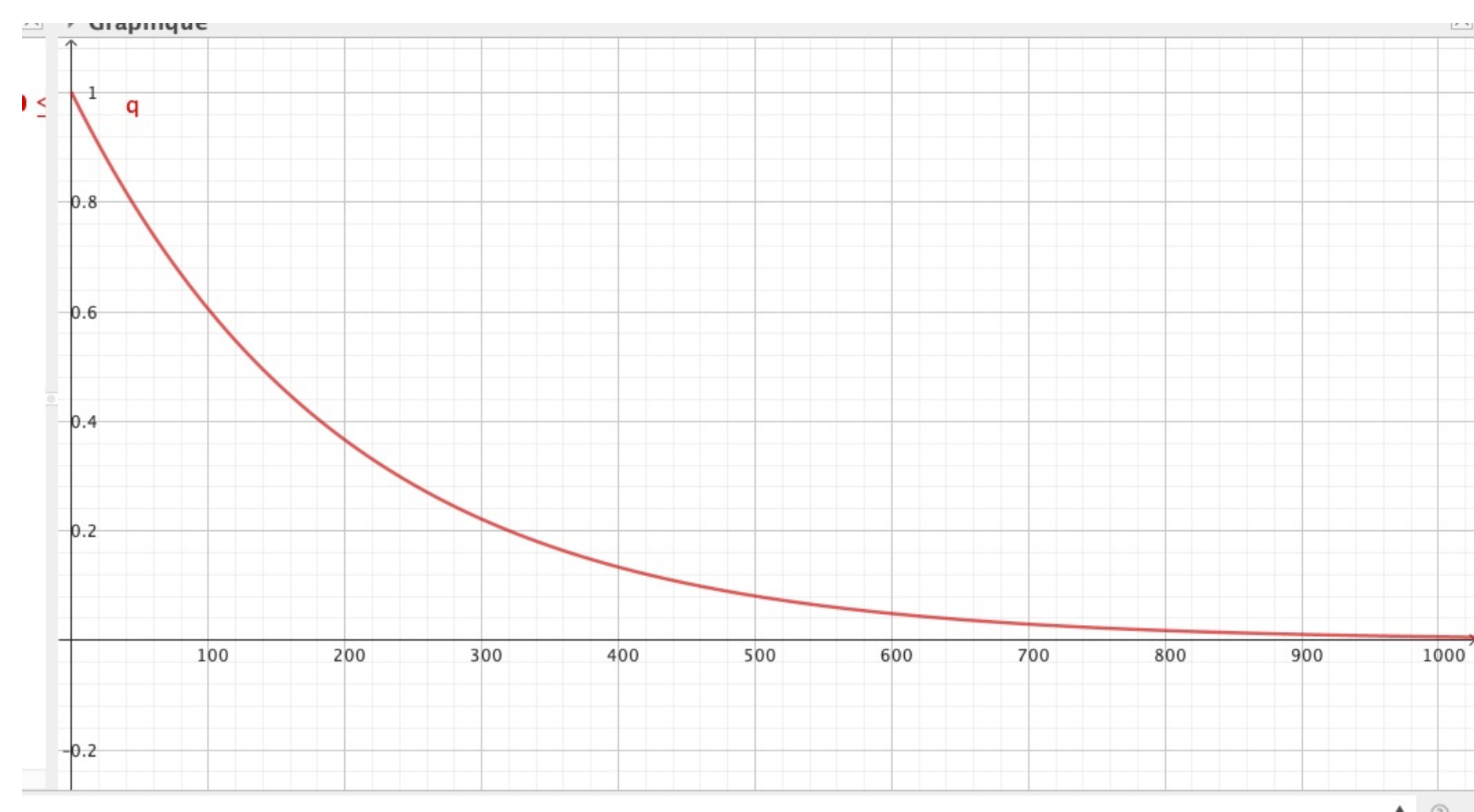
b)  $Q(21) = 50 \cdot 0,86^{21/30} \cong 45 \text{ [mg]}$

c)  $Q(t) = 25 \Rightarrow 50 \cdot 0,86^{\frac{t}{30}} = 25$

$$0,86^{\frac{t}{30}} = 0,5$$

$$\ln\left(0,86^{\frac{t}{30}}\right) = \ln(0,5)$$

$$t = 30 \cdot \frac{\ln(0,5)}{\ln(0,86)} \cong 138 \text{ [jours]}$$



**4.2.27** Le césium est une matière radioactive dont la demi-vie est égale à environ 30 ans. On dispose de 100 tonnes de cette substance.

a) Déterminer la quantité de substance restante  $Q$  après  $t$  années.

b) Combien restera-t-il de cette substance après 5 ans.

$$Q(t) = Q_0 e^{kt}$$

$$a) \quad e^{30k} = 0,5$$

$$k = \frac{\ln(0,5)}{30} \approx -0,023105$$

$$b) \quad Q(5) = 100 e^{\frac{\ln(0,5)}{30} \cdot 5} \approx 89,09 \text{ [tonnes]}$$

4.2.28 Les grottes de Lascaux ont été découvertes en 1940. Des analyses ont montré que le charbon trouvé dans ces grottes avait perdu le 83% de la quantité de  $C^{14}$  présent dans les plantes vivantes. Déterminer l'âge des peintures de Lascaux.

Demi vie du carbone 14 ( $C^{14}$ ) : 5730 années

$$Q(t) = Q_0 e^{kt}$$

$$\bullet e^{5730k} = 0,5 \quad \Rightarrow \quad k = \frac{\ln(0,5)}{5730} \approx -0,00012097$$

$$\bullet e^{\frac{\ln(0,5)}{5730}t} = 0,17 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{\ln(0,17)}{k} = \frac{14'648}{1940}$$

$$\bullet \text{Age des peintures} \quad 12'708 \text{ AV J.C.}$$