15.03.24

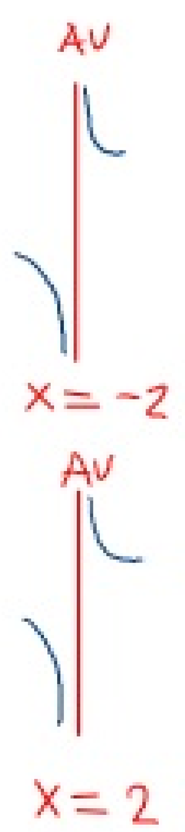
2.10.10 Étudier les fonctions suivantes :

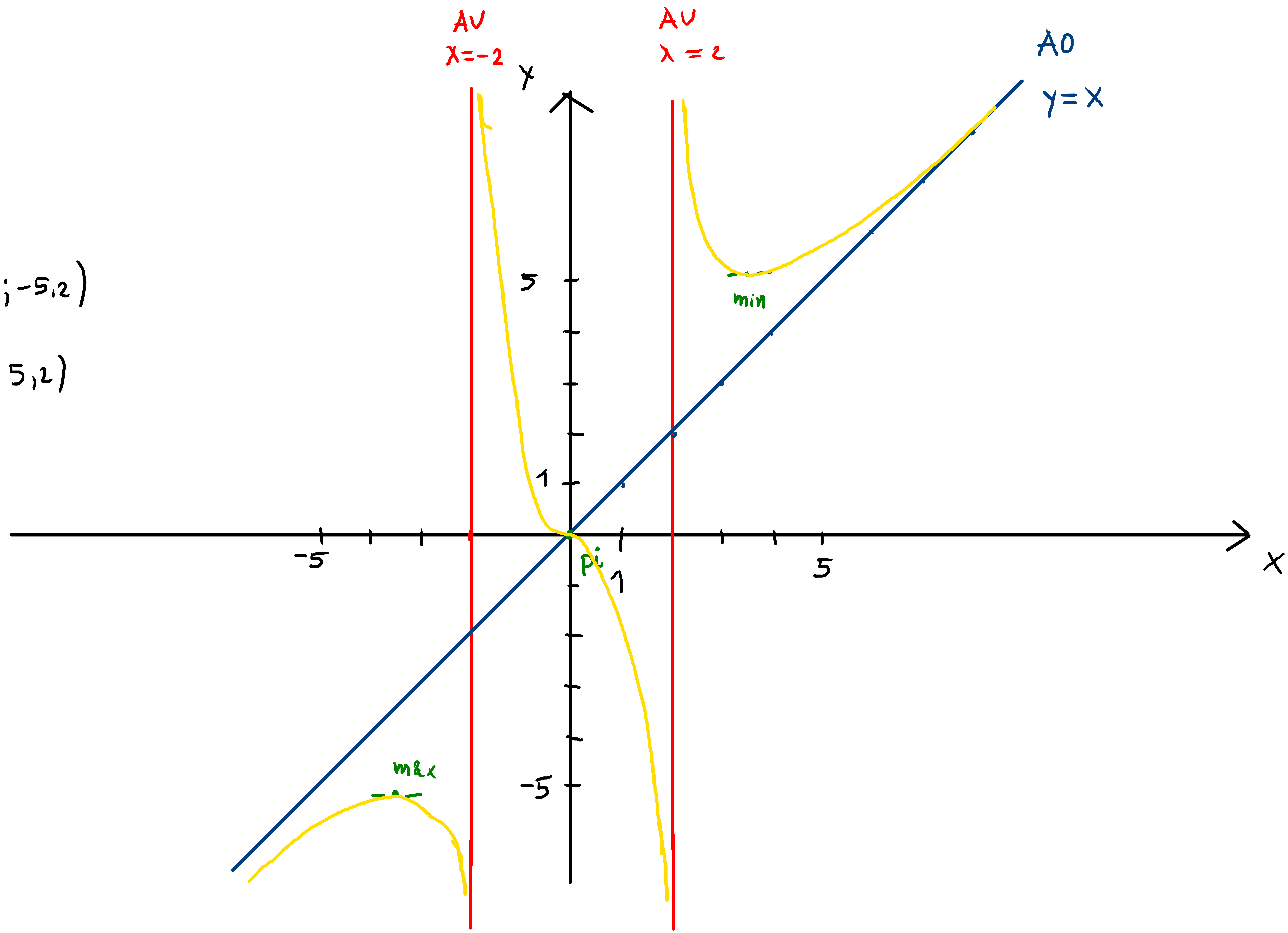
e) $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2 - 4}$

7)

max $(-2\sqrt{3}\,;\,-3\sqrt{3}) \cong (-3{,}5\,;\,-5{,}2)$

min $(2\sqrt{3}\,;\,3\sqrt{3}) \cong (3{,}5\,;\,5{,}2)$





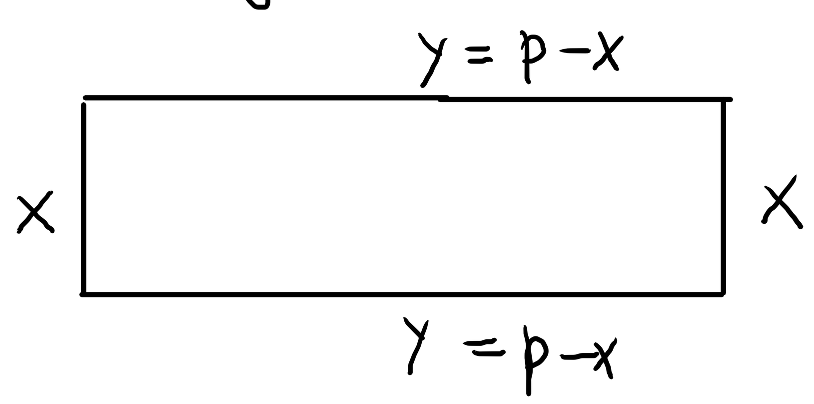
pi $(0\,;\,0)$

pi à tangente horizontale

2.10.12 Parmi tous les rectangles dont le périmètre est égal à 4 m, quel est celui qui a la plus grande surface ?

Posons $2p = 4$ [m]

Pour un périmètre donné $2p$, quel est le rectangle qui a la plus grande surface ?

① 

Soit x la largeur du rectangle.

Calculons la longueur :

$$2x + 2y = 2p \quad \Big| \div 2$$
$$x + y = p$$
$$y = p - x$$

$x \in \,]0\,;\,p[$ est le domaine de variation

② La fonction d'aire

$$\sigma(x) = (p-x)\,x$$

③ Déterminons le max de σ :

$$\sigma(x) = -x^2 + px$$
$$\sigma'(x) = -2x + p$$

x	0		$\frac{p}{2}$		p	
$\sigma'(x)$	// ‖	$+$	0	$-$	‖ //	
$\sigma(x)$	// ‖	$\nearrow$	$\boxed{\max}$	$\searrow$	‖ //	

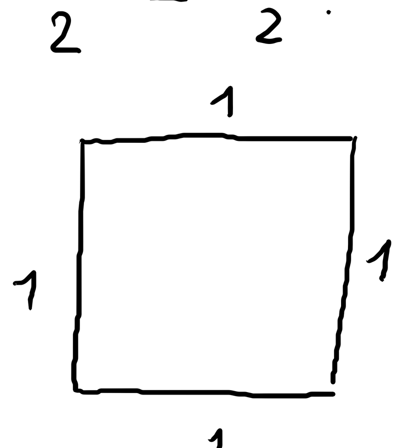
zéro de σ' :

$$-2x + p = 0$$
$$-2x = -p$$
$$x = \frac{p}{2}$$

max lorsque $x = \frac{p}{2}$

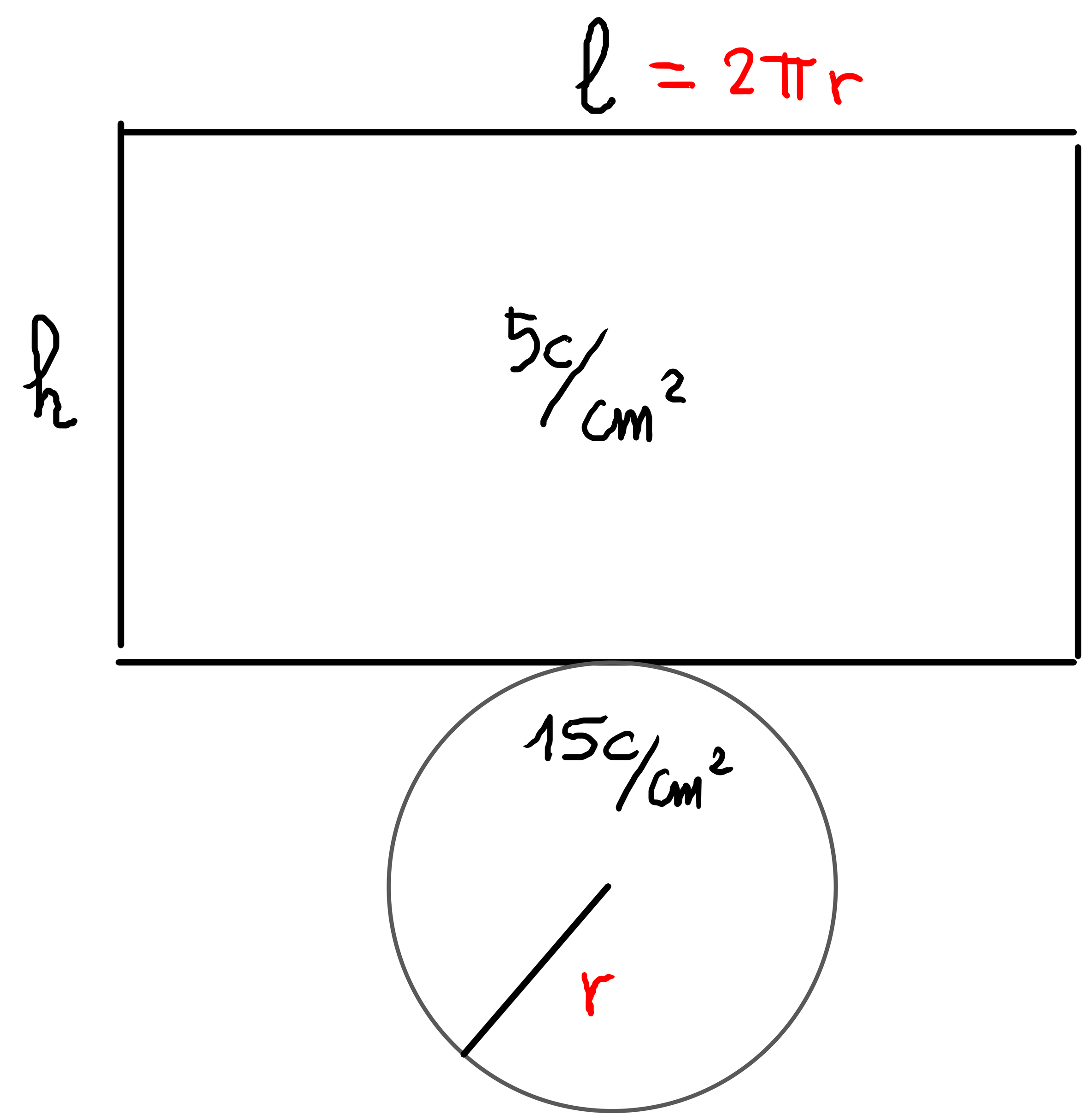
④ Le max est atteint lorsque $x = \frac{p}{2}$. La longueur est égale à $p - \frac{p}{2} = \frac{p}{2}$. Le rectangle est un carré.

$2p = 4$



2.10.15 On construit un conteneur de forme cylindrique sans couvercle de volume 324π cm^3. Le matériau utilisé pour le fond coûte 15 centimes par cm^2 et celui utilisé pour la paroi latérale 5 centimes par cm^2. Si la fabrication ne donne lieu à aucun déchet, quelles sont les dimensions du conteneur le plus économique ?

① $V = 324\pi \cong 1017 \quad [cm^3]$



Le périmètre du cercle est égal à la longueur du rectangle

Soit r le rayon du cercle

Déterminons h.

$$V = \pi r^2 h \quad \Rightarrow \quad \cancel{\pi} r^2 h = 324\cancel{\pi}$$

$$r^2 h = 324 \quad \Rightarrow h = \frac{324}{r^2}$$

Domaine de variation $r \in \mathbb{R}_+^*$

② Fonction qui représente le prix :

$$f(r) = \underbrace{\pi r^2 \cdot 15}_{\text{fond}} + \underbrace{2\pi \cancel{r} \cdot \frac{324}{r^{\cancel{2}}} \cdot 5}_{\text{partie latérale}} = 15\pi r^2 + \frac{3240\pi}{r} \quad ; r > 0$$

mercredi + 2.10.10 b)