15.11.23

e) $\alpha \in \mathbb{R}$ est la borne inférieure de S (ou l'infimum)

si $\forall x \in S$, $x \geq \alpha$ <u>et</u> $\forall \varepsilon > 0$, $\exists$ $x_\varepsilon \in S$ tq $x_\varepsilon - \alpha \leq \varepsilon$

f) $\beta \in \mathbb{R}$ est la borne supérieure de S (ou le supremum)

si $\forall x \in S$, $x \leq \beta$ <u>et</u> $\forall \varepsilon > 0$, $\exists$ $x_\varepsilon \in S$ tq $\beta - x_\varepsilon \leq \varepsilon$

g) On dit que S est borné s'il admet à la fois un minorant et un majorant.

2.1.1 Pour chacun des ensembles S ci-dessous, trouver, s'ils existent, le minimum, le maximum, l'ensemble des minorants, l'ensemble des majorants, la borne inférieure et la borne supérieure :

a) $[0\,;1]$ b) $]0\,;1[$ c) $\{2\,;7\}$ d) $\left\{\frac{1}{n} \,|\, n \in \mathbb{N}^*\right\} = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots, \frac{1}{100}, \ldots\right\} \subset \,]0,1]$

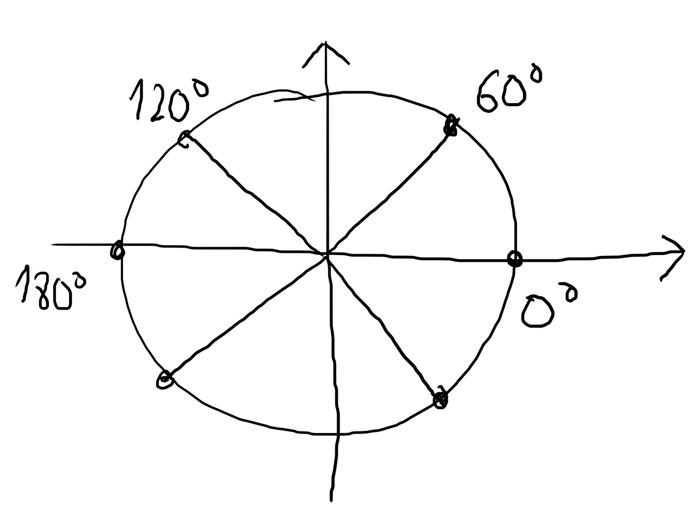
e) $\{0\}$ f) $[0\,;1] \cup [2\,;3]$ g) $\{x \in \mathbb{R} \,|\, x < 0\}$ $\mathbb{R}^{\times}_{-}$ h) $\{0;1;2;4;8;16\}$

i) $\left\{\frac{1}{p} \,|\, p \text{ premier}\right\}$ j) $\{x^3 \,|\, x \in \mathbb{R}\}$ k) $\left\{\sin\left(\frac{n\pi}{3}\right) \,|\, n \in \mathbb{N}\right\}$ l) $\{2x - x^2 \,|\, x \in [2\,;+\infty[\}$

i) $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{11}, \ldots\right\}$

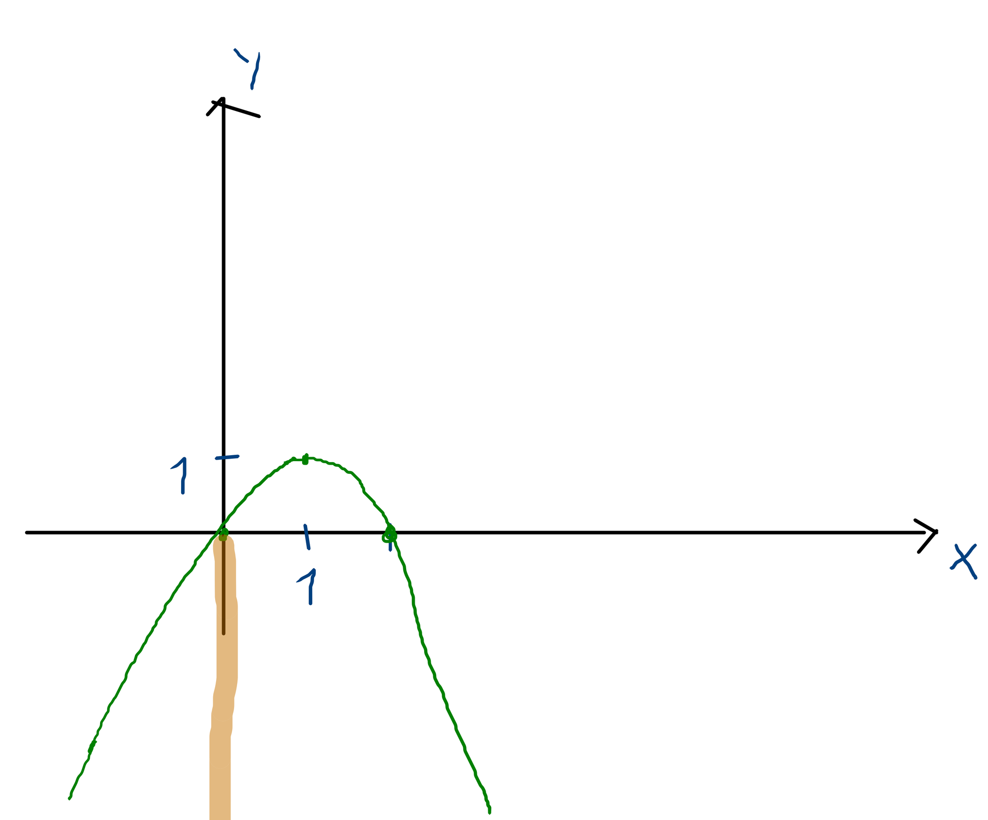
	minimum	maximum	{minorants}	{majorants}	borne inf.	borne sup.
a)	0	1	$]-\infty\,;0]$	$[1\,;+\infty[$	0	1
b)	—	—	$]-\infty\,;0]$	$[1\,;+\infty[$	0	1
c)	2	7	$]-\infty\,;2]$	$[7\,;+\infty[$	2	7
d)	—	1	$]-\infty\,;0]$	$[1\,;+\infty[$	0	1
e)	0	0	$\mathbb{R}_-$	$\mathbb{R}_+$	0	0
f)	0	3	$\mathbb{R}_-$	$[3\,;+\infty[$	0	3
g)	—	—	—	$\mathbb{R}_+$	—	0
h)	0	16	$\mathbb{R}_-$	$[16\,;+\infty[$	0	16
i)	—	$\frac{1}{2}$	$\mathbb{R}_-$	$[\frac{1}{2}\,;+\infty[$	0	$\frac{1}{2}$
j)	—	—	—	—	—	—
k)	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$]-\infty\,;-\frac{\sqrt{3}}{2}]$	$[\frac{\sqrt{3}}{2}\,;+\infty[$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
l)	—	0	—	$\mathbb{R}_+$	—	0

k) $\left\{\sin\left(n \cdot \frac{\pi}{3}\right) \,|\, n \in \mathbb{N}\right\} = \left\{0, \frac{\sqrt{3}}{2}\,; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$



l) $\{2x - x^2 \,|\, x \in [2\,;+\infty[\}$

$= \,]-\infty\,;0]$



2.5.1 Calculer les quatre premiers termes des suites :

a) $\dfrac{n}{n+2}$, avec $n \geq 1$

b) $1 + (-1)^n$, avec $n \geq 1$

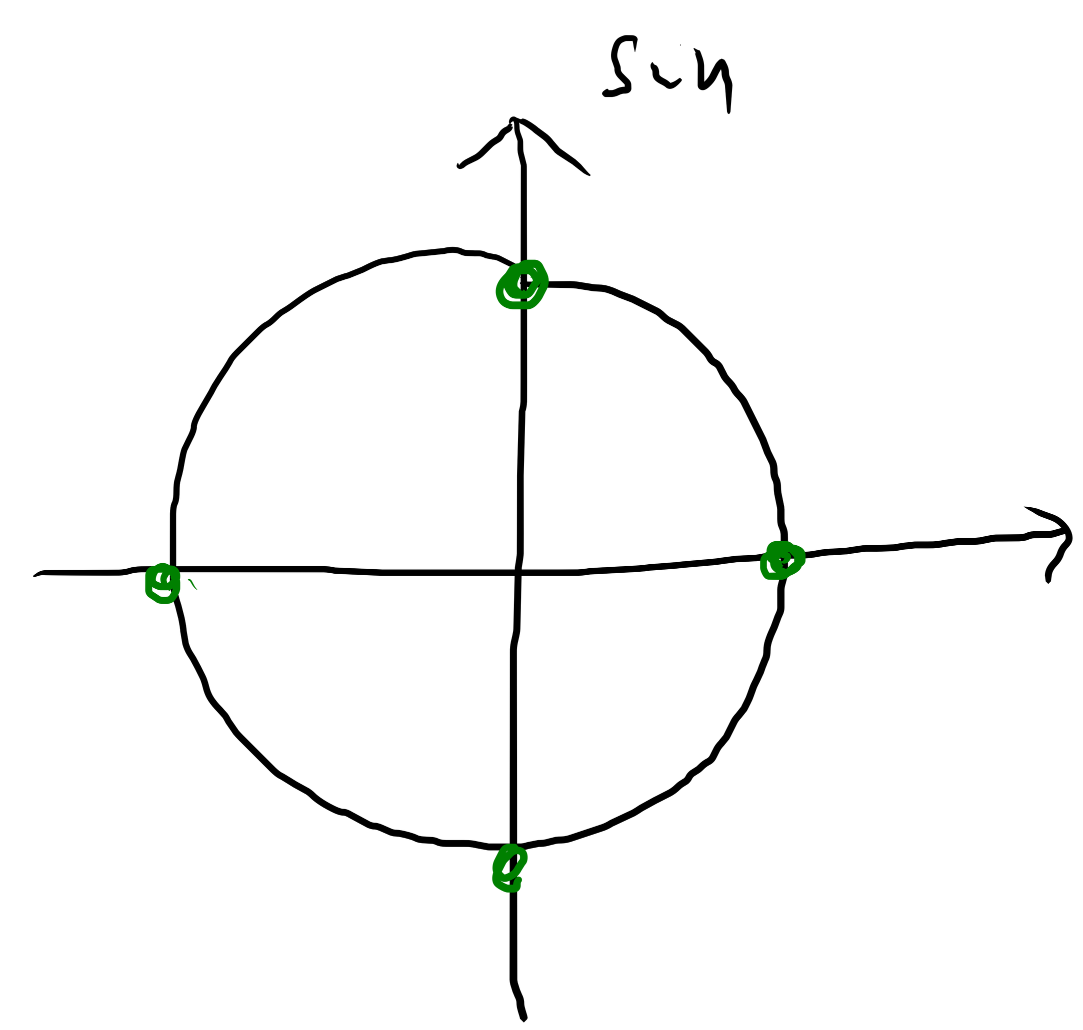
c) $n \sin\left(\dfrac{n\pi}{2}\right)$, avec $n \geq 1$

d) $\sqrt{n^2+3n} - n$, avec $n \geq 1$

a) $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$

b) 0, 2, 0, 2 suite alternée

c) 1, 0, -3, 0



d) 1, $\sqrt{10}-2$, $\sqrt{18}-3 = 3\sqrt{2}-3 = 3(\sqrt{2}-1)$, $\sqrt{28}-4 = 2\sqrt{7}-4$

Une suite est une application f de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{R}$

$f(n)$ est appelé le $n^{\text{ème}}$ terme de la suite

Ex 1

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{N} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ n & \longmapsto & f(n) \end{array}$$

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{N} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ n & \longmapsto & \frac{1}{n+1} \end{array}$$

On note $(X_n)_{n \geq 0}$ les termes de la suite. X_n est le $n^{\text{ème}}$ terme de la suite.

On écrit $X_n = f(n)$