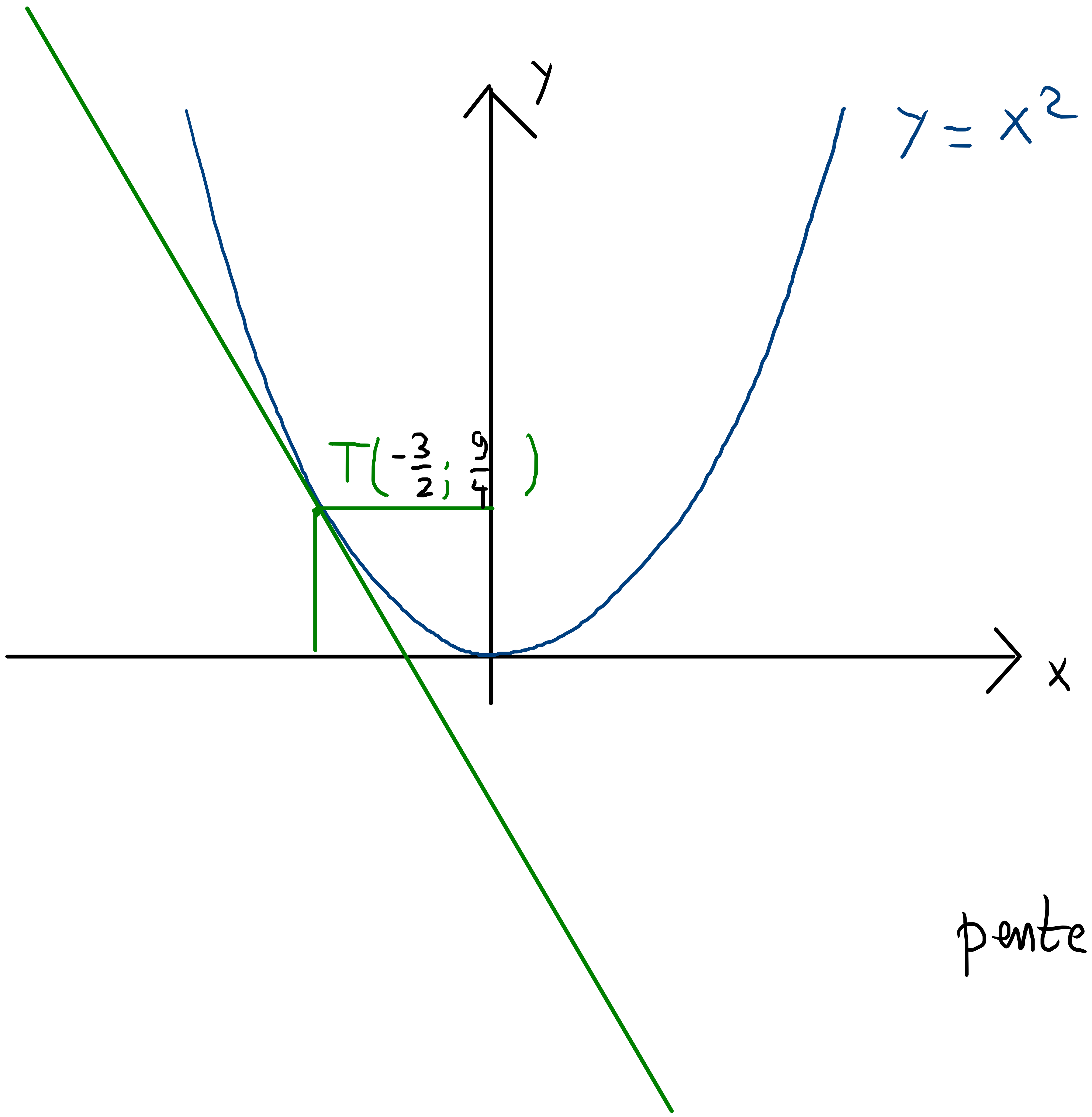
22.02.24

2.9.16 En quel point la tangente à la courbe $y = x^2$ a-t-elle une pente égale à -3 ?



076 360 15 66

3.-

- $y = x^2$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(x^2\right) = 2x$$

- $y = f(x)$, $f(x) = x^2$, $f'(x) = 2x$

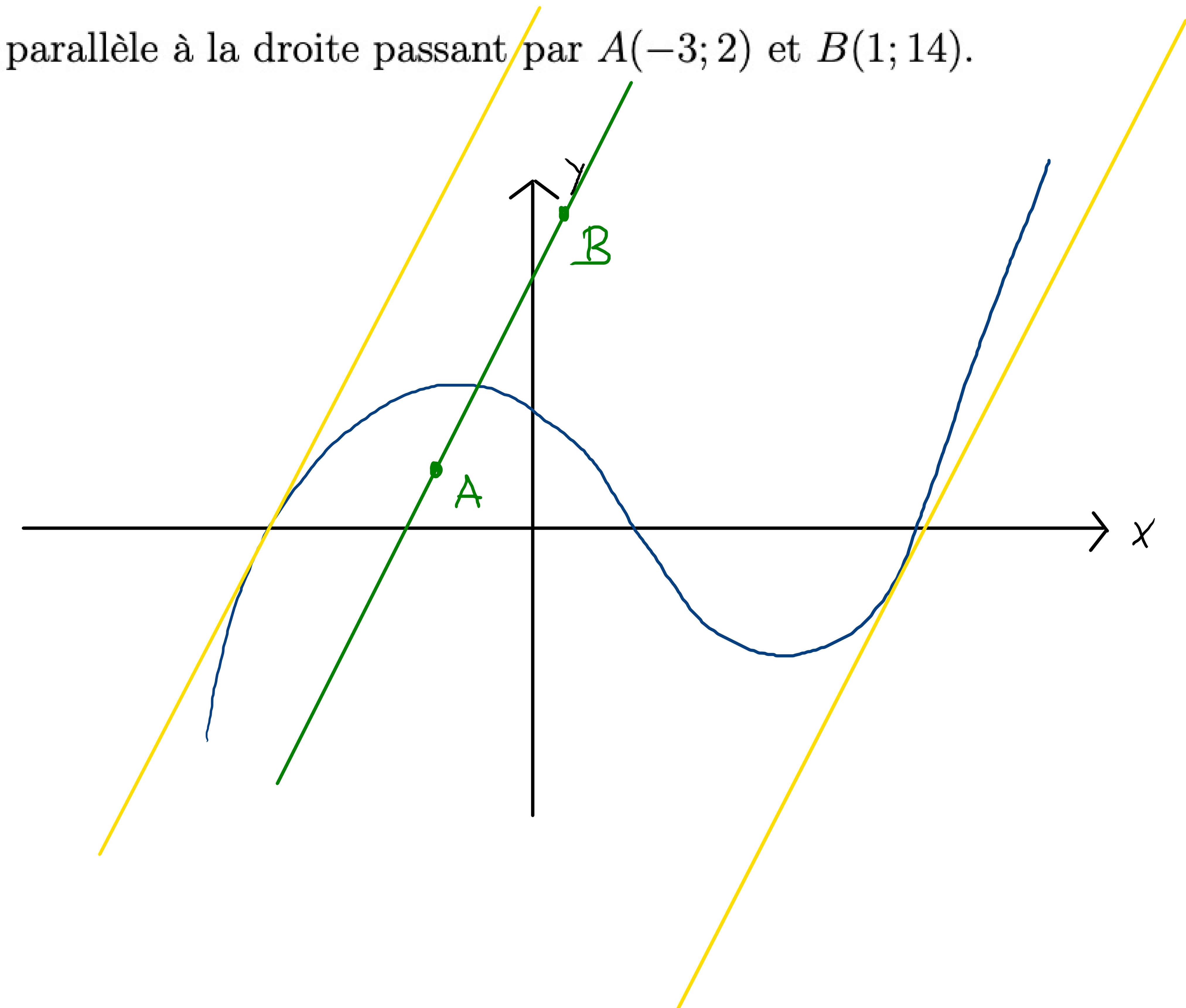
pente -3 : $2x = -3$

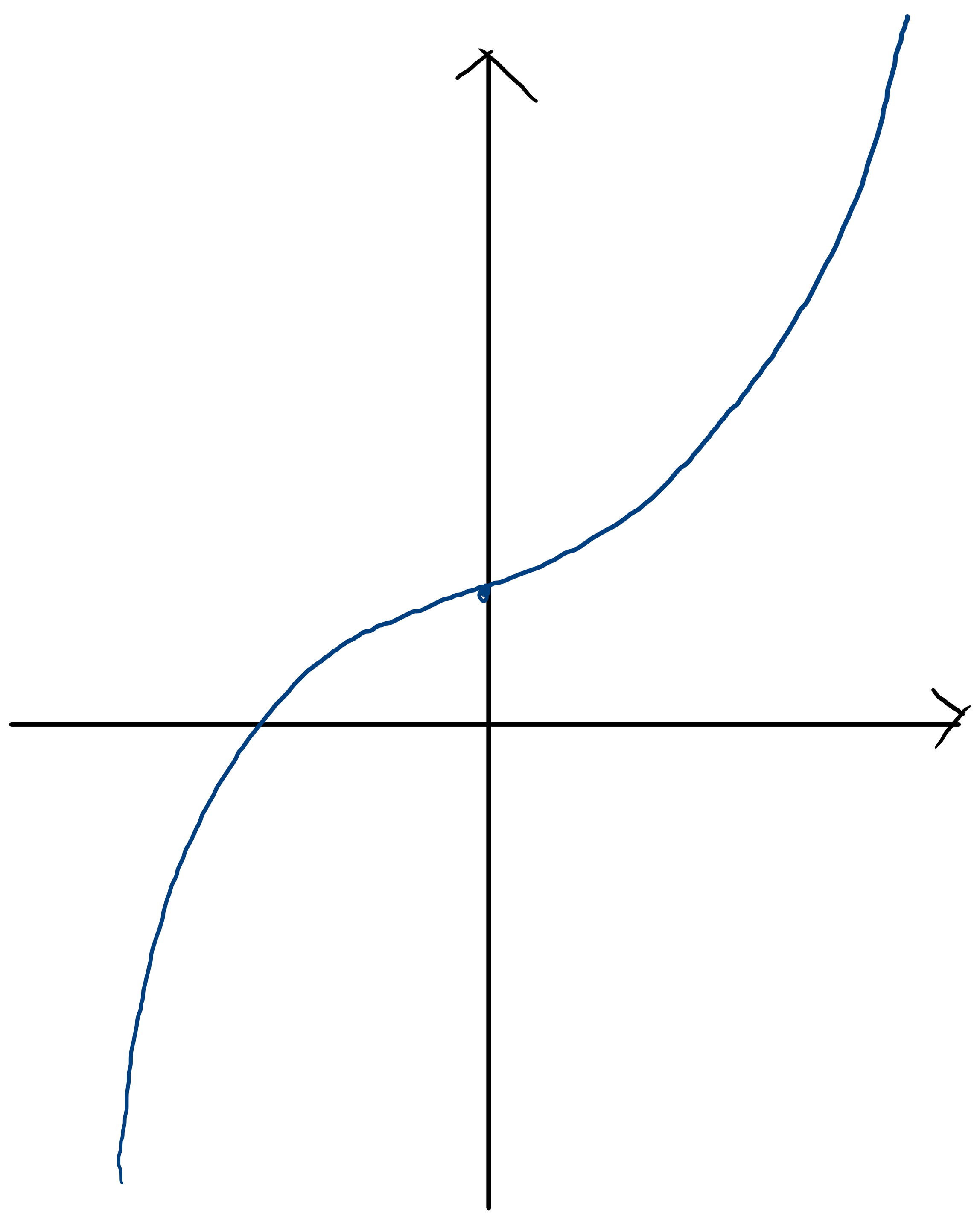
$x = -\frac{3}{2}$ $\Rightarrow T\left(-\frac{3}{2} ; \frac{9}{4}\right)$

2.9.17 Calculer l'abscisse des points en lesquels la tangente au graphe de

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2$$

est parallèle à la droite passant par $A(-3;2)$ et $B(1;14)$.





1) pente de la droite AB : $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{2 - 14}{-3 - 1} = \dfrac{-12}{-4} = 3$

$\uparrow$ A $\quad$ $\uparrow$ B

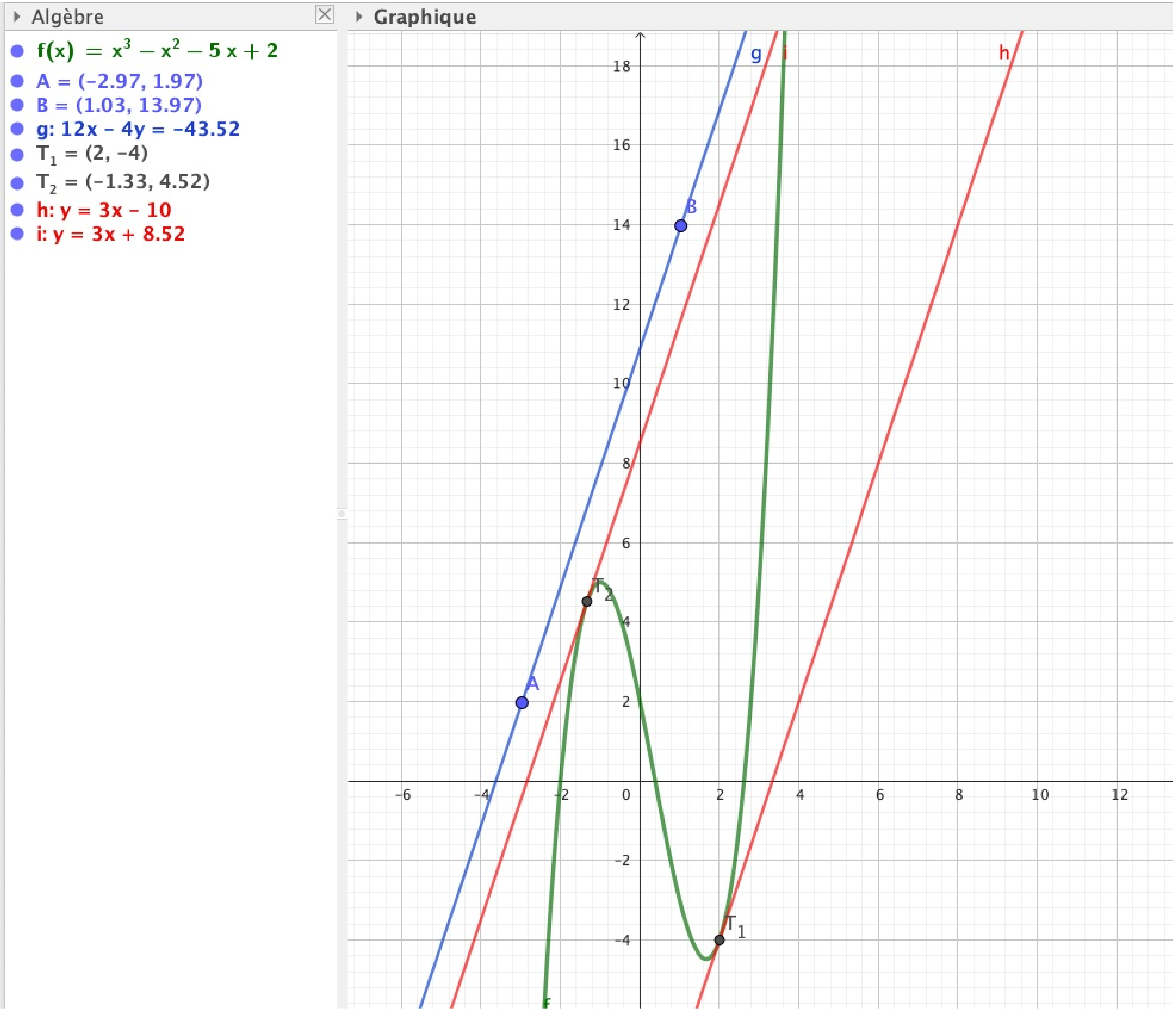
2) $f'(x) = 3x^2 - 2x - 5$

3) $f'(x) = 3 \quad \Rightarrow \quad 3x^2 - 2x - 5 = 3$

$$3x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(3x+4)(x-2) = 0$$

$$\underline{x = -\frac{4}{3} \quad \text{ou} \quad x = 2}$$


Algèbre
f(x) = x³ − x² − 5 x + 2
A = (−2.97, 1.97)
B = (1.03, 13.97)
g: 12x − 4y = −43.52
T1 = (2, −4)
T2 = (−1.33, 4.52)
h: y = 3x − 10
i: y = 3x + 8.52
Graphique
g
i
h
B
A
T2
T1
f

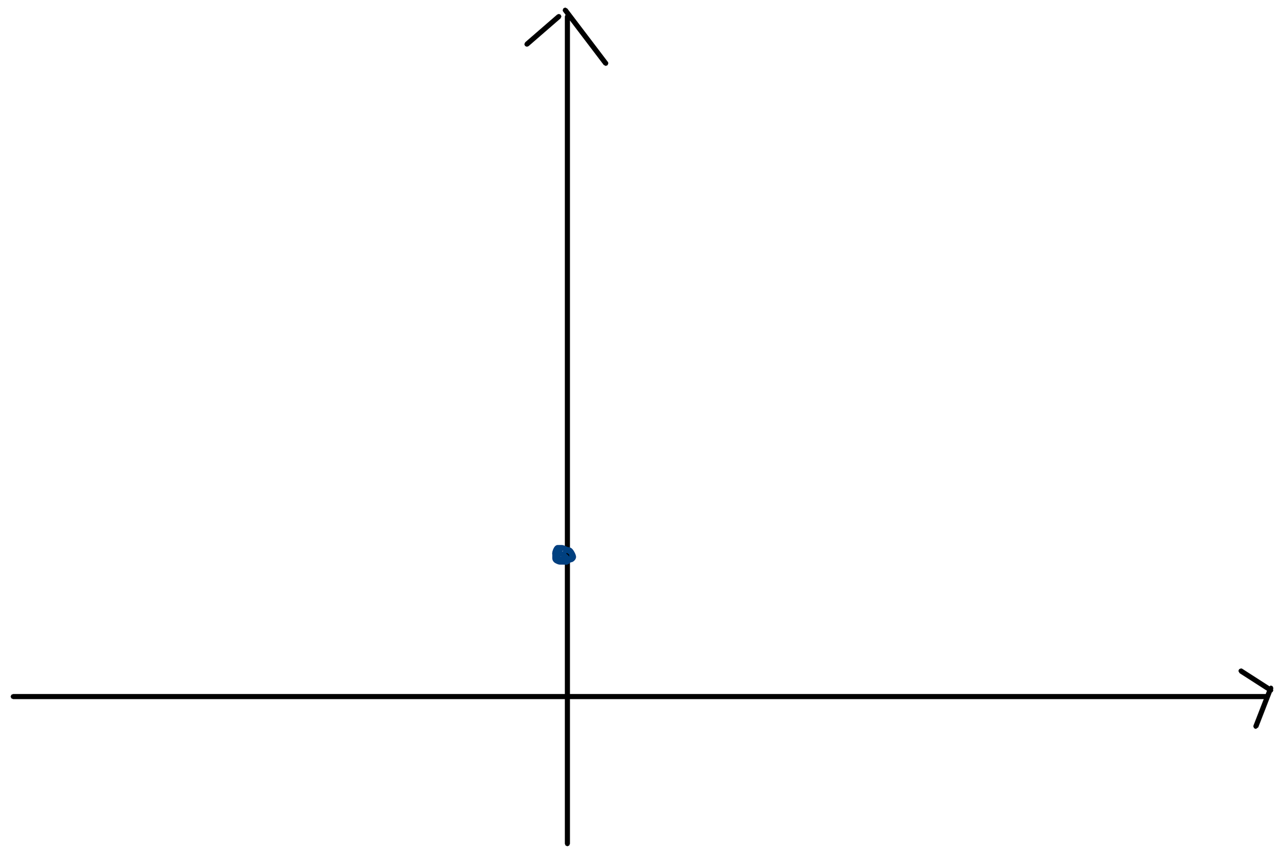
2.9.18 En quels points la courbe $y = \dfrac{x}{x^2+9}$ a-t-elle $\underbrace{\text{une tangente horizontale}}_{\text{pente nulle}}$?

1) $$\frac{dy}{dx} = \frac{1\cdot(x^2+9) - x\cdot 2x}{(x^2+9)^2} = \frac{x^2+9-2x^2}{(x^2+9)^2} = \frac{-x^2+9}{(x^2+9)^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

2) $$\frac{dy}{dx} = 0 \iff -x^2+9 = 0 \iff x^2 = 9 \iff \underline{x = \pm 3}$$

2.9.20 Déterminer la valeur à attribuer au nombre réel m pour que la tangente à la courbe d'équation $y = \sqrt[3]{1-mx}$ au point où elle coupe Oy soit parallèle à la droite d'équation $y = \dfrac{3}{2}x$.

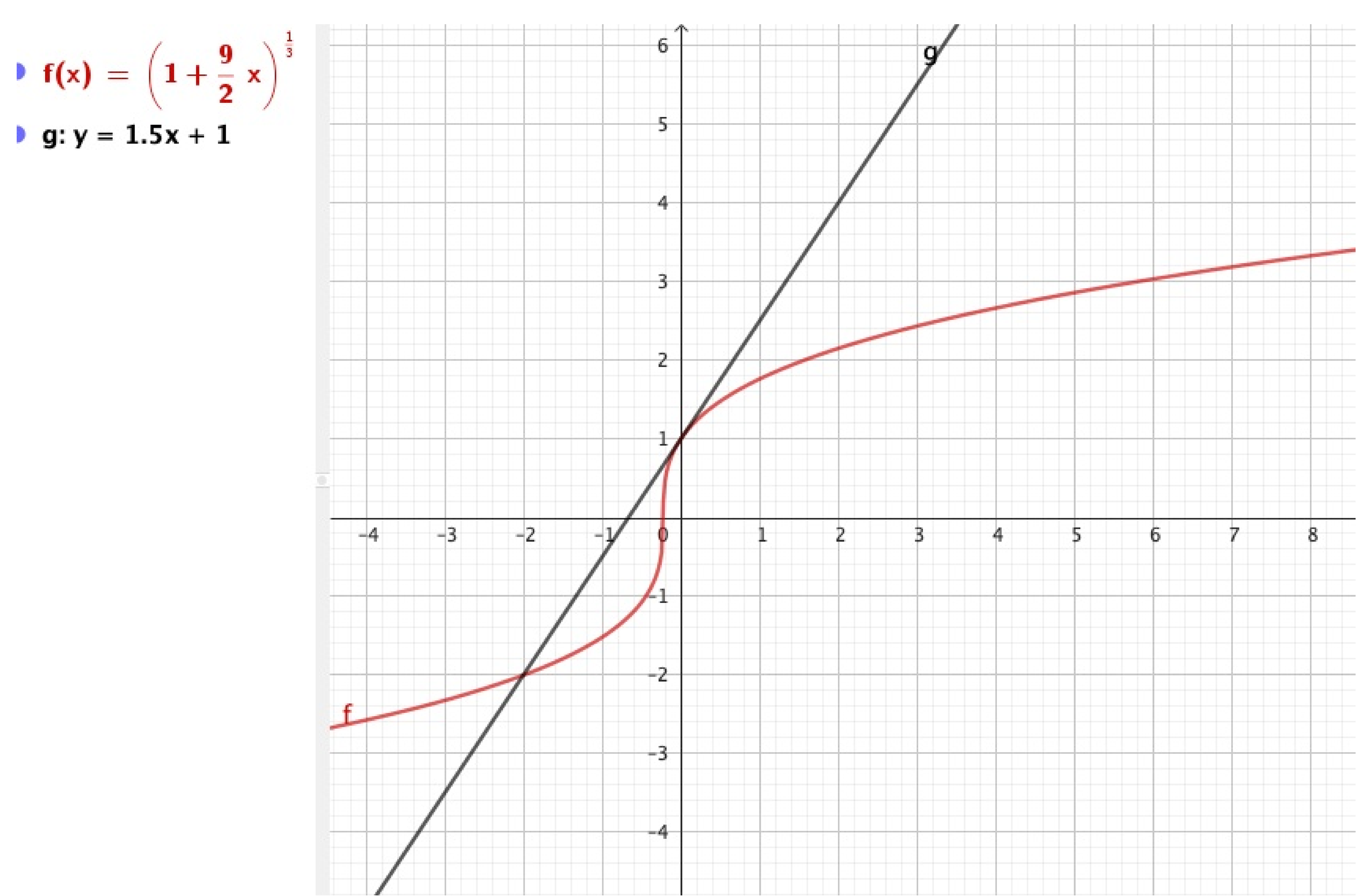


1) $y = f(x)$, $f'(0) = \dfrac{3}{2}$

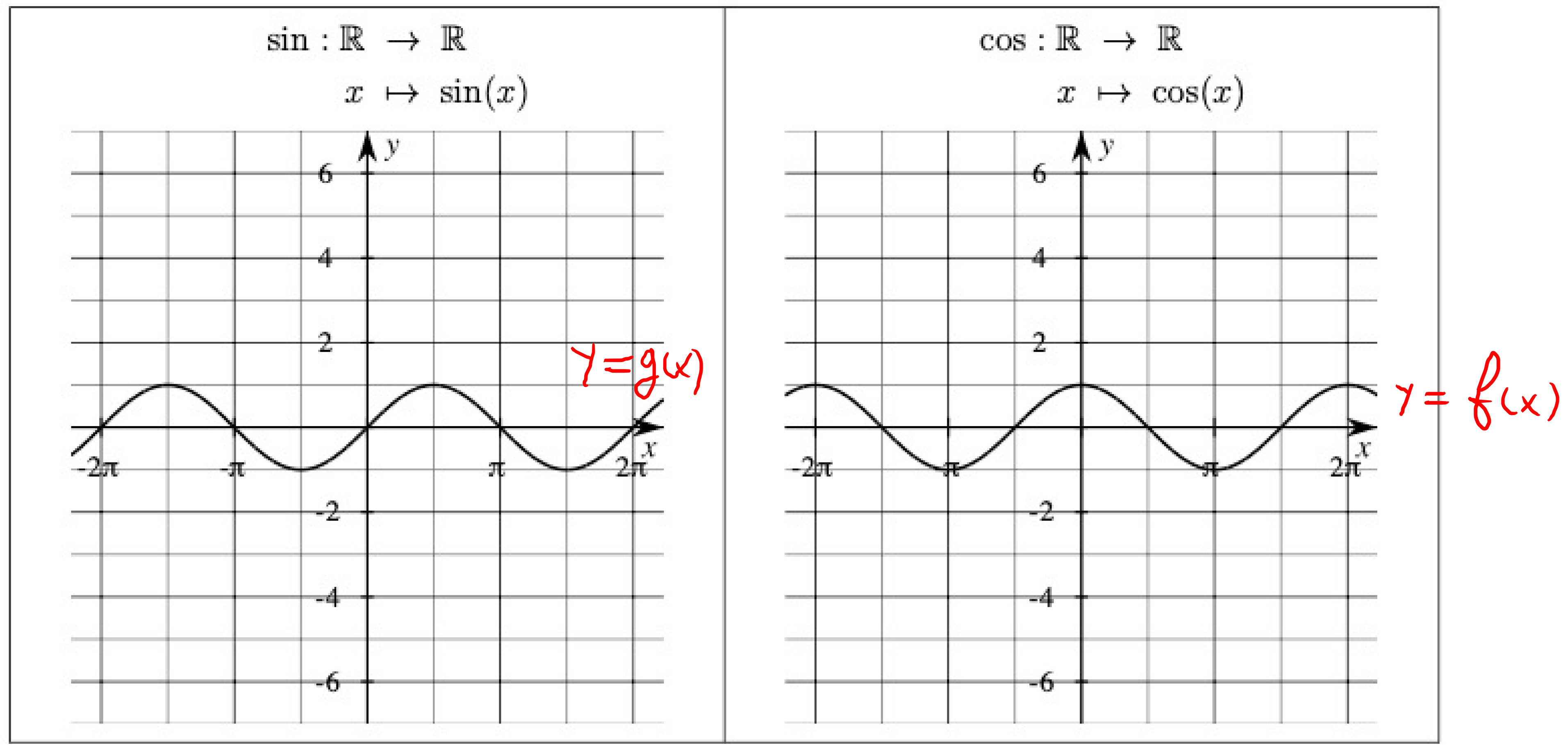
2) $$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left((1-mx)^{\frac{1}{3}} \right) = \frac{1}{3}(1-mx)^{-\frac{2}{3}}(1-mx)'$$

$$= \frac{1}{3}\,\frac{1}{\sqrt[3]{(1-mx)^2}} \cdot (-m) = \frac{-m}{3\sqrt[3]{(1-mx)^2}}$$

3) $$\frac{-m}{3\sqrt[3]{1^2}} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow -m = \frac{9}{2} \Leftrightarrow m = -\frac{9}{2}$$



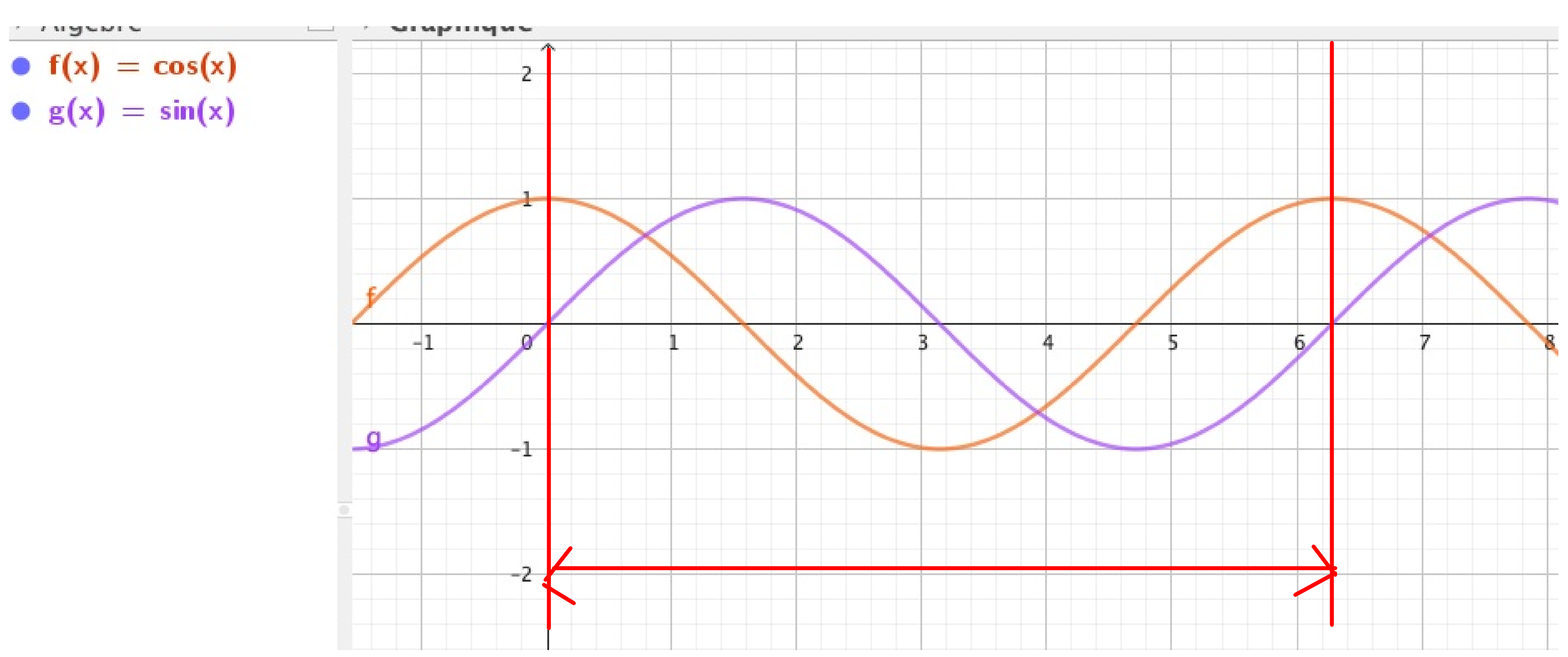
Représentation graphique des fonctions trigonométriques



2.9.19 Déterminer les abscisses en lesquelles les graphes des fonctions $f(x) = \cos(x)$ et $g(x) = \sin(x)$ admettent des tangentes parallèles dans $[0; 2\pi]$.

1) $f(x) = \cos(x)$, $f'(x) = -\sin(x)$

$g(x) = \sin(x)$, $g'(x) = \cos(x)$



2) tangentes parallèles $\Leftrightarrow$ $f'(x) = g'(x)$

$-\sin(x) = \cos(x)$

$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos(x)$

Formulaire

$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin(\alpha)$

$$\text{ou} \left[\begin{array}{l} x + \frac{\pi}{2} = x + 2k\pi \\ x + \frac{\pi}{2} = -x + 2k\pi \end{array}\right. \quad k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \text{ou} \left[\begin{array}{l} \text{aucune solution} \\ 2x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \end{array}\right. \quad k \in \mathbb{Z}$$

$\Leftrightarrow \quad x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ dans $[0; 2\pi]$

Les solutions sont : $[k = 1]$ $\frac{3\pi}{4}$; $[k = 2]$ $\frac{7\pi}{4}$