28.03.24

3.1.3 On donne la droite d'équation paramétrique

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

avec $k \in \mathbb{R}$. Calculer les coordonnées du point de cette droite :

a) situé sur Ox,

b) situé sur Oy,

c) qui a une abscisse égale à 7,

d) qui a une ordonnée égale à -2,

e) dont les deux coordonnées sont égales,

f) situé sur la droite $\begin{cases} x &= 1 + l \\ y &= -5 - 8l \end{cases}$, avec $l \in \mathbb{R}$.

$(d_1) : \begin{cases} x = 2 - k \\ y = 5 + 2k \end{cases}, \; k \in \mathbb{R}$ $\qquad (d_2) : \begin{cases} x = 1 + l \\ y = -5 - 8l \end{cases}$

On résout le système $\begin{cases} 2 - k = 1 + l \\ 5 + 2k = -5 - 8l \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 3 \\ l = -2 \end{cases}$

1 dans d_1 : $\begin{cases} x = -1 \\ y = 11 \end{cases}$ $\qquad$ 2 dans d_2 : $\begin{cases} x = -1 \\ y = 11 \end{cases}$ $\Rightarrow I(-1 ; 11)$

3.1.7 Déterminer l'équation cartésienne de chacune des droites de l'exercice 3.1.4.

3.1.4 Trouver une équation paramétrique de la droite donnée par :

a) $A(3;5)$ et un vecteur directeur $\vec{d} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$,

b) $A(-3;-2)$ et $B(4;-5)$,

c) $A(2;-4)$, de pente $-\frac{3}{4}$,

d) $A(5;2)$, parallèle au segment BC, où $B(1;1)$ et $C(-3;2)$,

e) $A(-7;10)$, perpendiculaire au vecteur $\vec{v} = \begin{pmatrix} -8 \\ 5 \end{pmatrix}$,

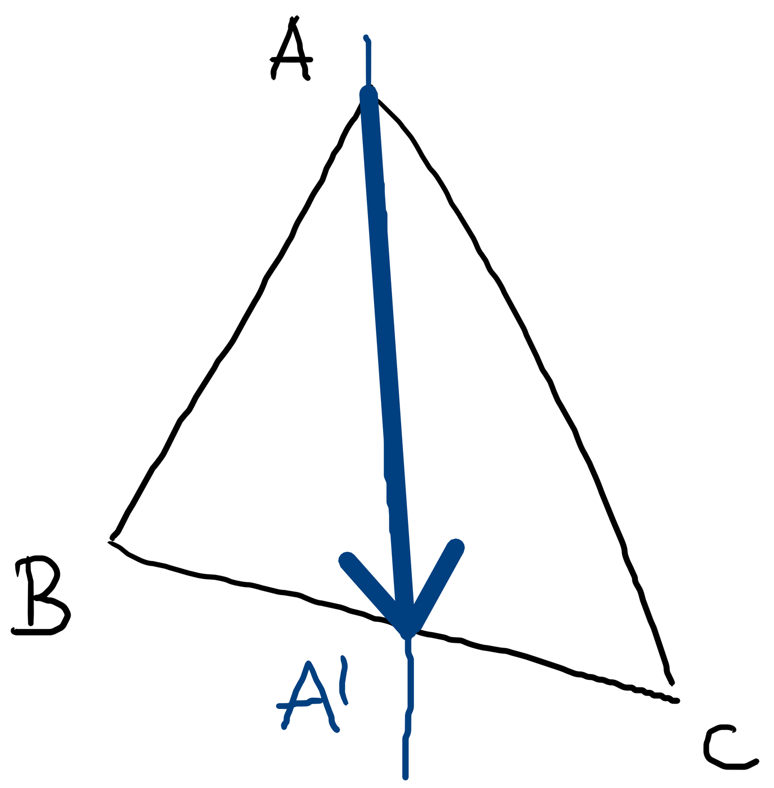
f) $A(0;-2)$, horizontale,

g) $A(8;12)$, verticale.

a) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 - 4k \\ y = 5 + k \end{cases} \begin{array}{|l} k \\ \cdot 1 \\ \cdot 4 \end{array}$

$x + 4y = 23 \Leftrightarrow x + 4y - 23 = 0$

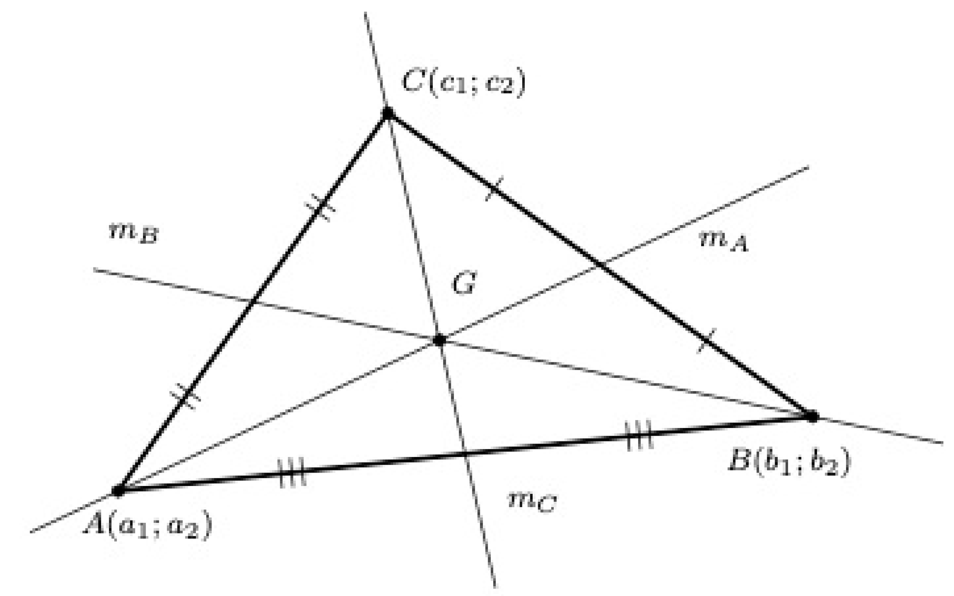
3.1.8 Déterminer les équations cartésiennes des médianes du triangle dont les sommets sont $A(3;-2)$, $B(-3;2)$, $C(0;-1)$, ainsi que les coordonnées de son centre de gravité.



Centre de gravité G du triangle ABC :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}\right)$$

$$G\left(\frac{a_1+b_1+c_1}{3}; \frac{a_2+b_2+c_2}{3}\right)$$



1) Centre de gravité $\quad G\left(0; -\frac{1}{3}\right)$

2) Equation de la médiane issue du sommet A.

- milieu de BC : $\quad A'\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$
- vecteur directeur $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{OA'} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{9}{2} \\ \frac{5}{2} \end{pmatrix} \backsim \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \end{pmatrix}$

$$(AA') : \begin{cases} x = \boxed{3} \boxed{+ 9} K \\ y = \boxed{-2} \boxed{- 5} K \end{cases}, K \in \mathbb{R}$$

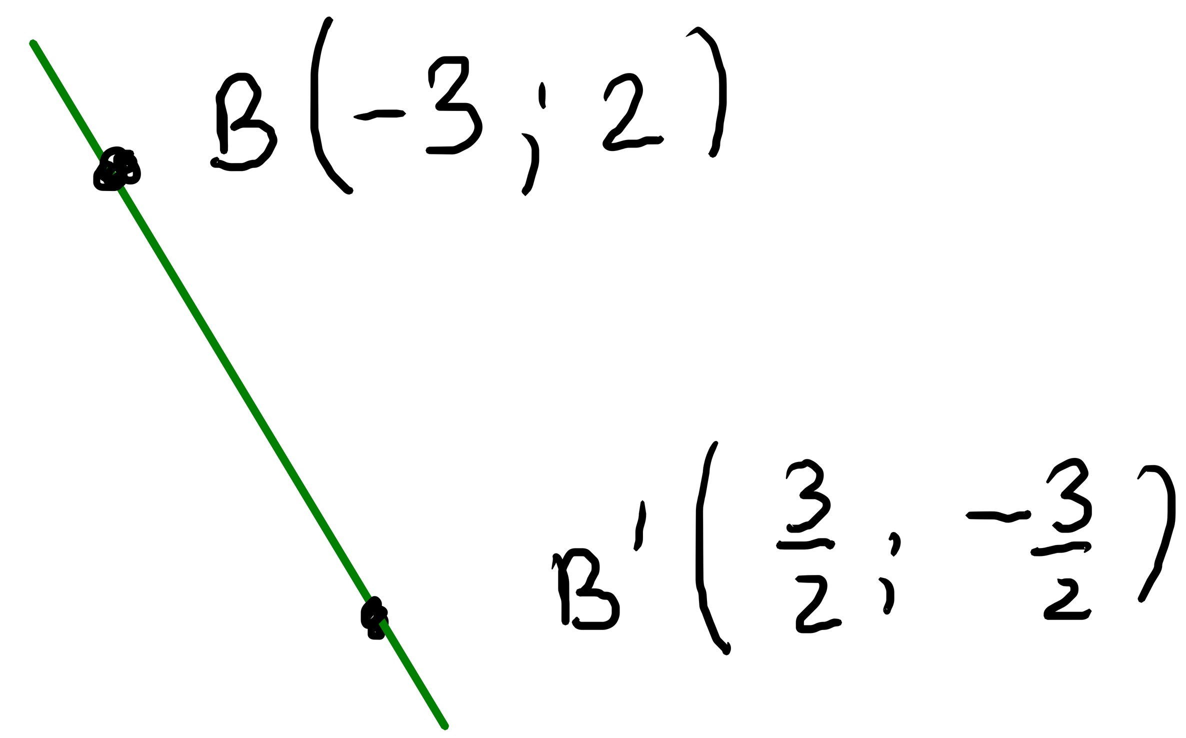
point sur AA' $\qquad$ vecteur directeur de AA'

$$\begin{cases} x = 3 + 9K \\ y = -2 - 5K \end{cases} \begin{vmatrix} 5 \\ 9 \end{vmatrix}$$

$$5x + 9y = -3 \iff \boxed{(AA') : \ 5x + 9y + 3 = 0}$$

3) Médiane issue du sommet B :

- B' milieu de AC : $\quad B'\left(\frac{3}{2} ; -\frac{3}{2}\right)$



Exprimons la pente de la droite BB' :

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2 - \left(-\frac{3}{2}\right)}{-3 - \frac{3}{2}} = \frac{2 + \frac{3}{2}}{-3 - \frac{3}{2}} = \frac{\frac{7}{\cancel{2}}}{-\frac{9}{\cancel{2}}} = \frac{7}{-9} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{BB'} \sim \begin{pmatrix} -9 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\frac{y-2}{x-(-3)} = \frac{2 - \left(-\frac{3}{2}\right)}{-3 - \frac{3}{2}} = \frac{7}{-9}$$

méthode du téléphone

$$7(x+3) = -9(y-2) \iff \boxed{7x + 9y + 3 = 0 : (BB')}$$

3.1.10 Calculer la pente de la droite d'équation $5x + 7y - 21 = 0$.

$\Rightarrow -\frac{5}{7}$

<u>Cas général</u> : $(d) : ax + by + c = 0$

① $a \neq 0,\ b = 0$: $ax + c = 0 \iff x = -\frac{c}{a}$ droite verticale : pente infinie

② $a = 0,\ b \neq 0$: $by + c = 0 \iff y = -\frac{c}{b}$ droite horizontale : pente nulle

③ $a \neq 0,\ b \neq 0$: $by = -ax - c$

$$y = \underbrace{\boxed{-\frac{a}{b}}}_{\text{pente}}x \underbrace{\boxed{-\frac{c}{b}}}_{\text{ordonnée à l'origine}}$$

$m = \frac{-a}{b}$ est la pente de la droite, $\vec{d} = \begin{pmatrix} b \\ -a \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur

3.1.12 Déterminer un vecteur directeur et la pente des droites suivantes, données par leurs équations :

a) $5x - 6y - 7 = 0$

b) $x + y - 5 = 0$

c) $4x - 3y = 0$

d) $\sqrt{2}x - \sqrt{2}y + \sqrt{15} = 0$

e) $\sqrt{5}x - 4y - 5 = 0$

f) $3y - 8 = 0$

g) $x = 0$

h) $\dfrac{x+2}{5} = \dfrac{y-3}{4}$

$(d) : ax + by + c = 0$

$\vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ normal à d :

$\vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \perp \vec{d} = \begin{pmatrix} b \\ -a \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur

a) $(d) : 5x - 6y - 7 = 0$

$\vec{n} = \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix} \perp \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix} = \vec{d}$

3.1.11 Calculer l'ordonnée à l'origine de la droite d'équation $5x - 8y + 56 = 0$.

$$h = \frac{-56}{-8} = 7$$

Devoir : 24.04.24

3.1.15

3.1.16

3.1.17

3.1.15 D'un parallélogramme $ABCD$, on donne le sommet $A(8;0)$, l'équation du côté $CD:\ x-2y+5=0$, ainsi que l'équation de la diagonale $BD: 6x-25y=-43$. Déterminer les équations cartésiennes des côtés AB, AD et BC.