

Exercice 1.2.2 a)

2) $8^n - 1$ est divisible par 7 $\forall n \in \mathbb{N}^*$

① vraie pour $n = 1$: $8^1 - 1 = 7$ est divisible par 7

② $8^n - 1$ est divisible $\Rightarrow 8^{n+1} - 1$ est aussi divisible.

$\exists K \in \mathbb{N}^*$ tel que $8^n - 1 = 7K \Rightarrow 8^n = 7K + 1$

$$\begin{aligned} 8^{n+1} - 1 &= 8 \cdot 8^n - 1 = 8(7K + 1) - 1 = 8 \cdot 7K + \underbrace{8 - 1}_7 \\ &= 7 \cdot 8K + 7 = 7(8K + 1) \text{ qui est divisible par } 7. \end{aligned}$$

$8^{n+1} - 1$ est divisible par 7, donc par hypothèse de récurrence $8^n - 1$ est divisible par 7 pour tout n .