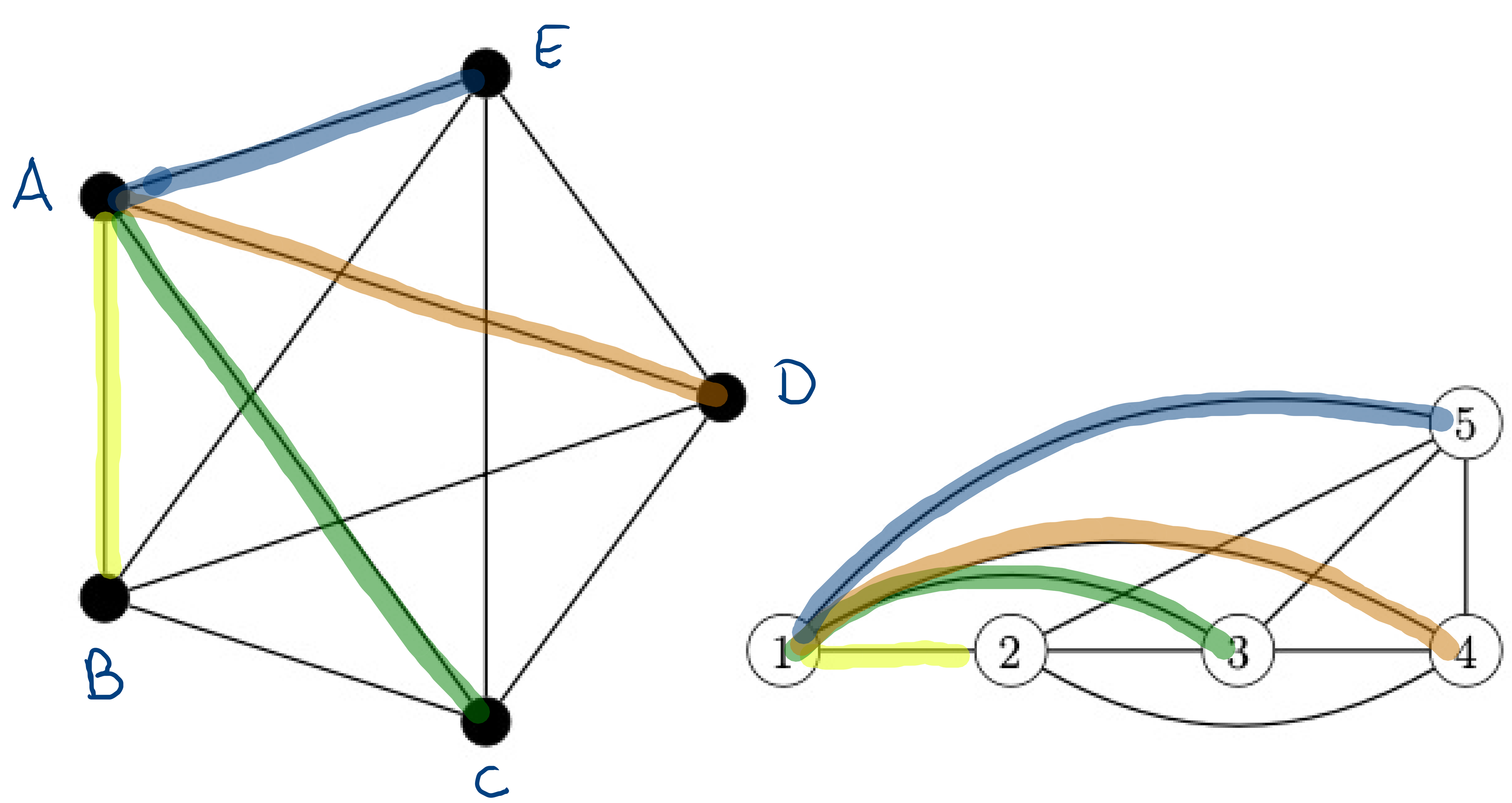
26.03.24

3.2.7 Montrer que les deux graphes représentés ci-dessous sont isomorphes.



$$\phi$$

1 $\{A, B\} \longmapsto \{1, 2\}$

2 $\{A, C\} \longmapsto \{1, 3\}$

3 $\{A, D\} \longmapsto \{1, 4\}$

4 $\{A, E\} \longmapsto \{1, 5\}$

5 $\{B, C\} \longmapsto \{2, 3\}$

6 $\{B, D\} \longmapsto \{2, 4\}$

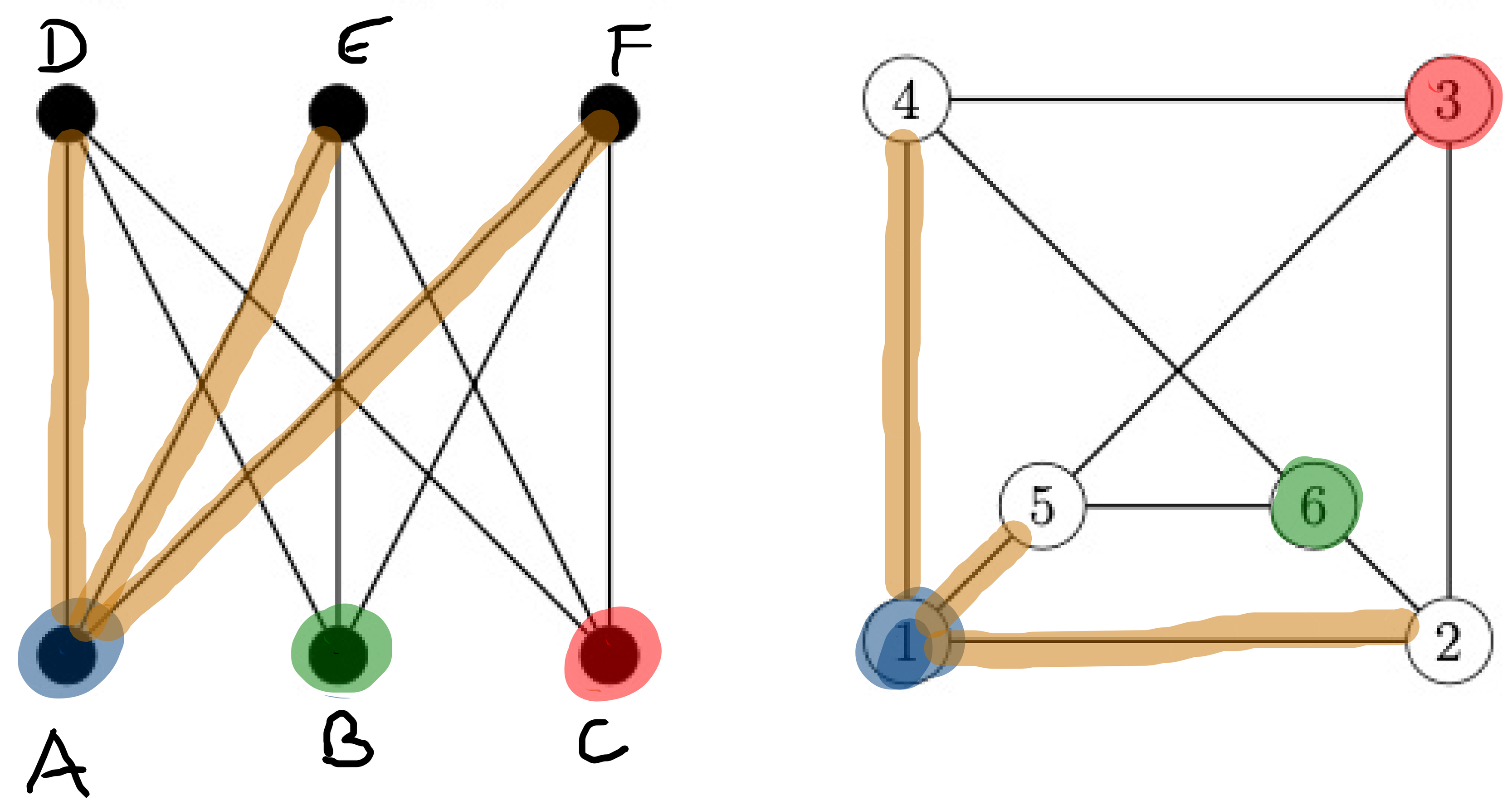
7 $\{B, E\} \longmapsto \{2, 5\}$

8 $\{C, D\} \longmapsto \{3, 4\}$

9 $\{C, E\} \longmapsto \{3, 5\}$

10 $\{D, E\} \longmapsto \{4, 5\}$

3.2.8 Montrer que les deux graphes représentés ci-dessous sont isomorphes.



Graphe biparti

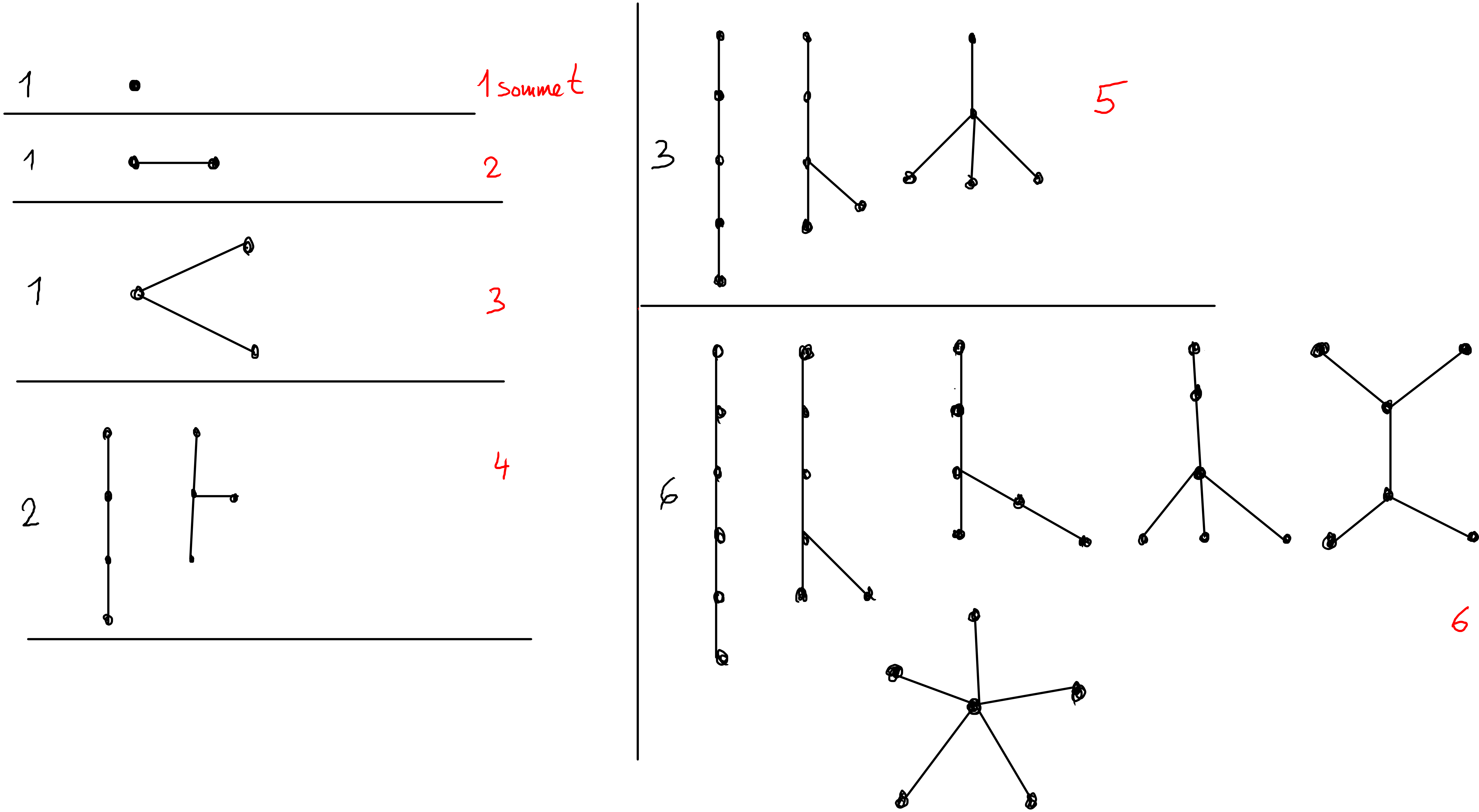
$K_{3,3}$

$\{A, D\} \longmapsto \{1, 4\}$ $\quad$ $\{B, D\} \longmapsto \{6, 4\}$ $\quad$ $\{C, D\} \longmapsto \{3, 4\}$

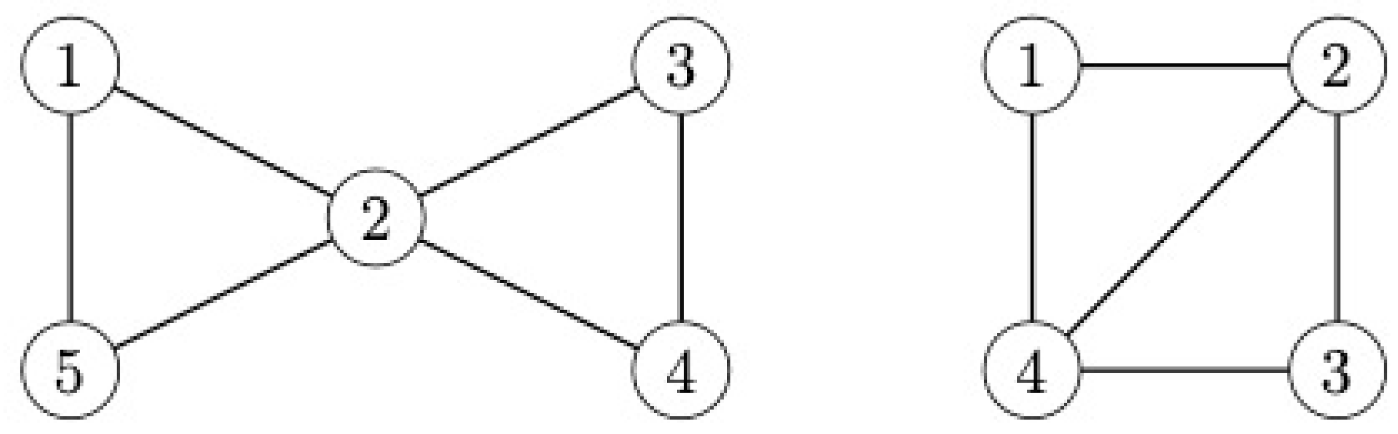
$\{A, E\} \longmapsto \{1, 5\}$ $\quad$ $\{B, E\} \longmapsto \{6, 5\}$ $\quad$ $\{C, E\} \longmapsto \{3, 5\}$

$\{A, F\} \longmapsto \{1, 2\}$ $\quad$ $\{B, F\} \longmapsto \{6, 2\}$ $\quad$ $\{C, F\} \longmapsto \{3, 2\}$

3.3.1 Dessiner tous arbres non étiquetés à 6 sommets ou moins.



3.3.4 On considère les deux graphes ci-dessous :

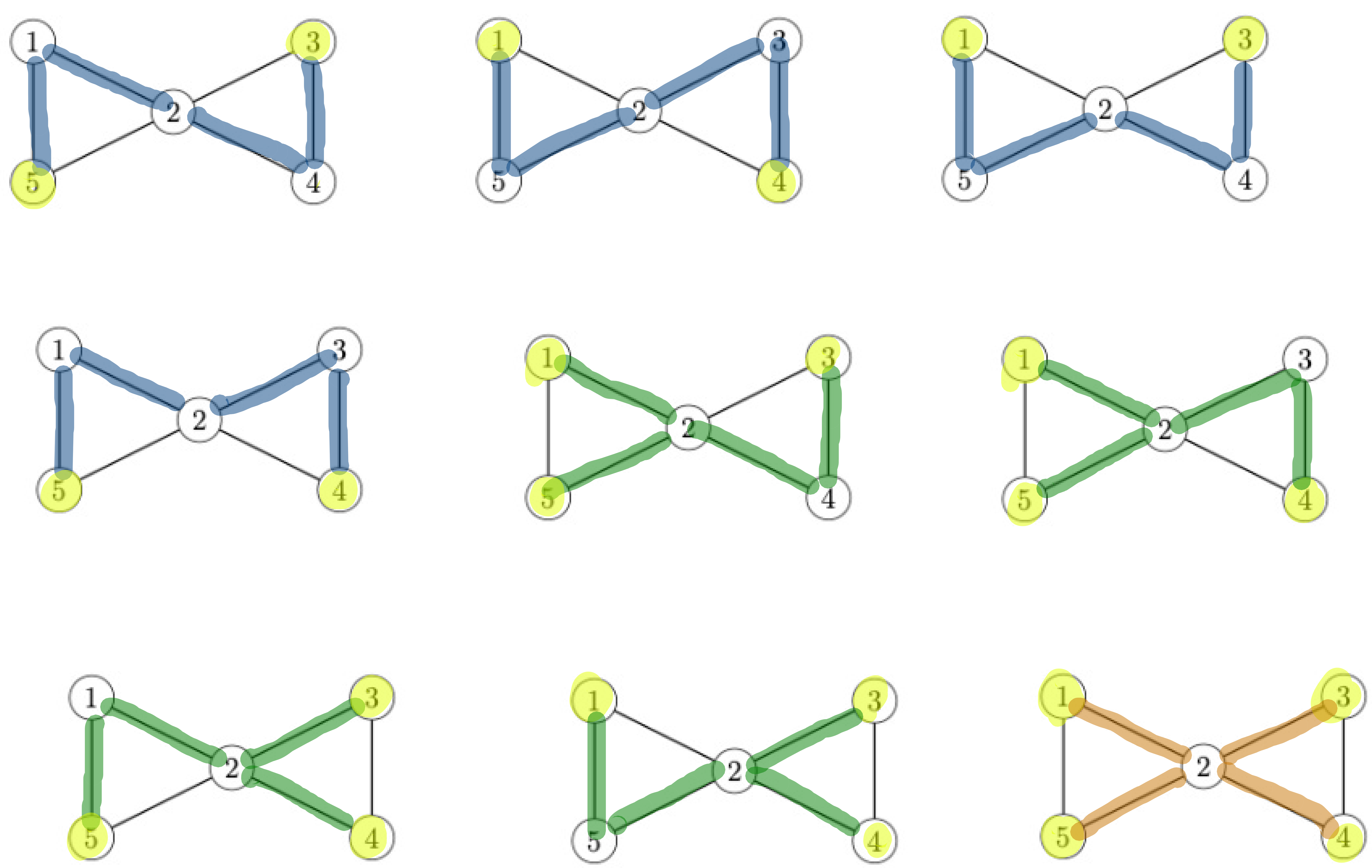


Pour chaque graphe

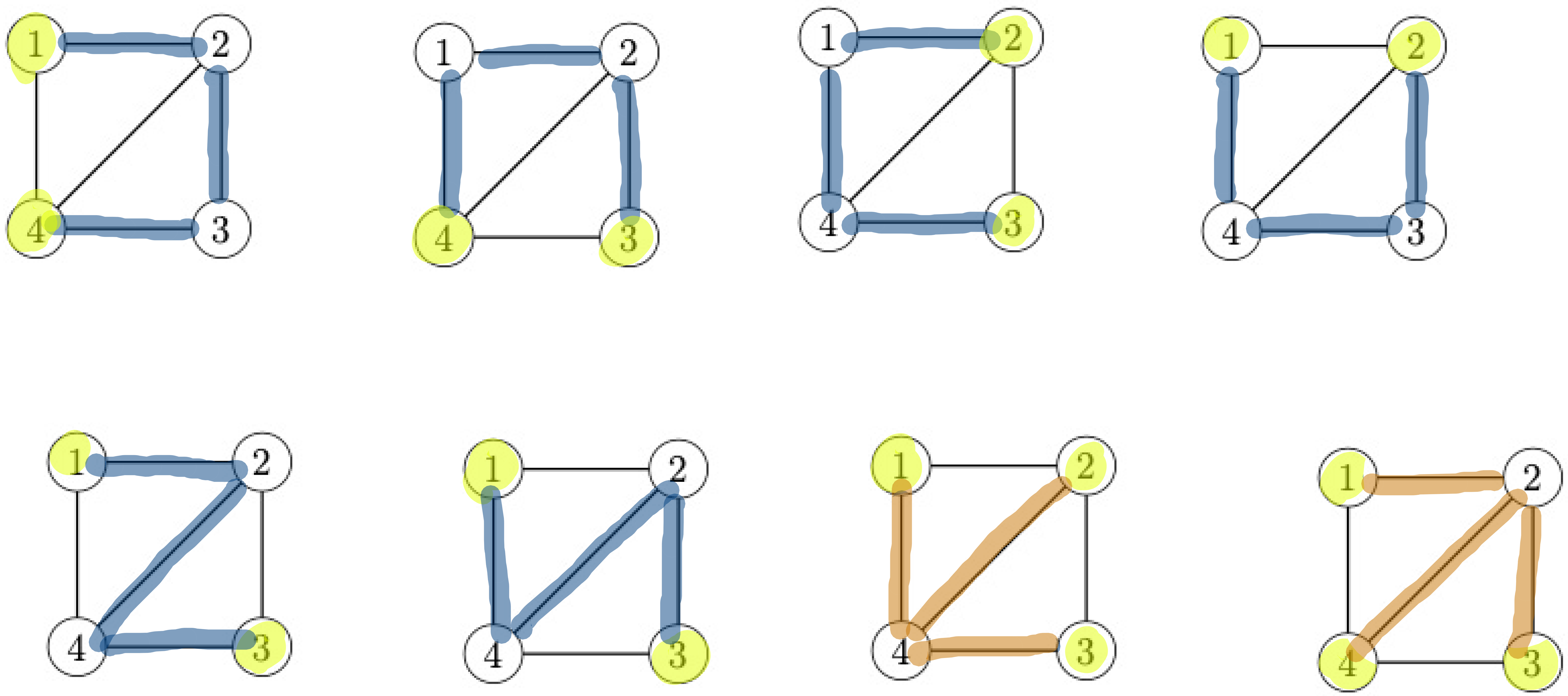
a) dessiner tous les arbres couvrants étiquetés ;

b) indiquer ceux qui sont isomorphes.

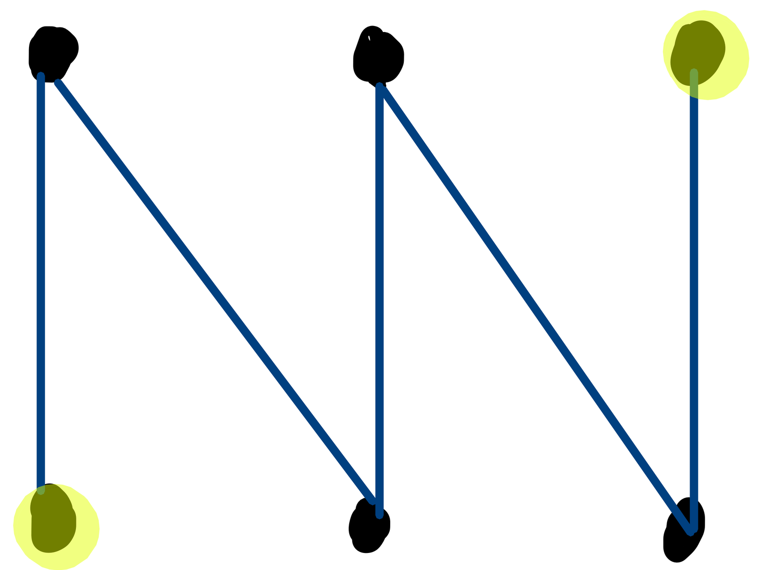
Un arbre couvrant d'un graphe non orienté et connexe et un arbre inclus dans ce graphe et qui connecte tous les sommets du graphe.

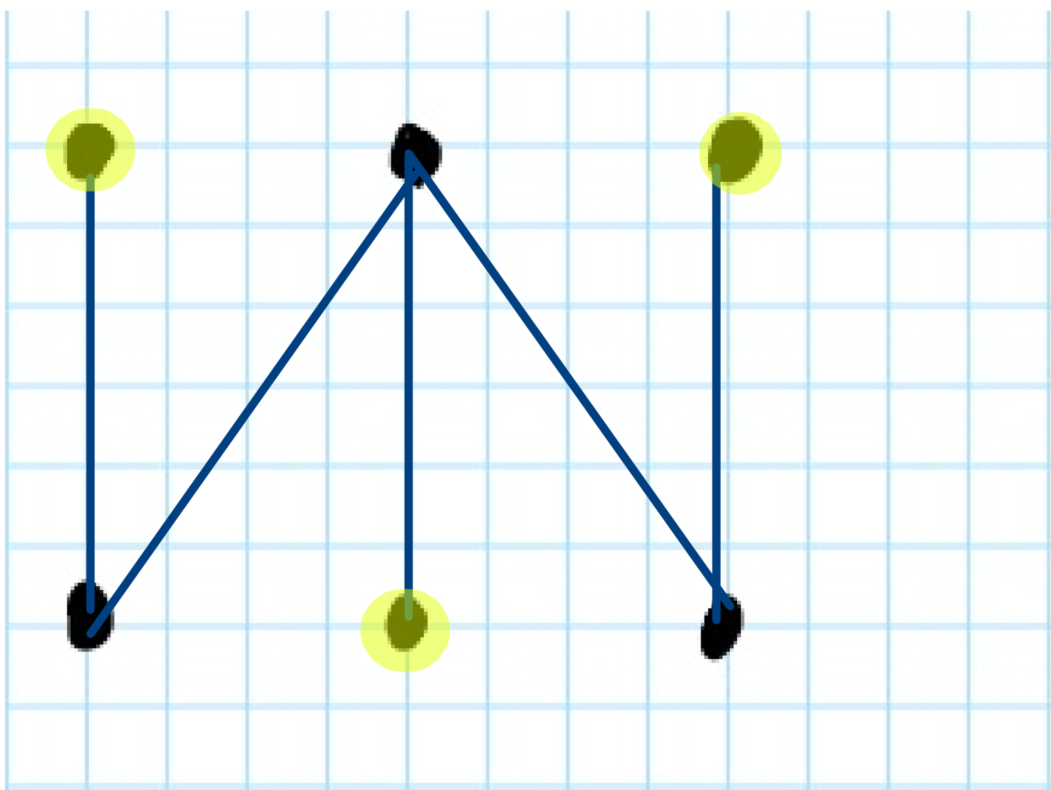


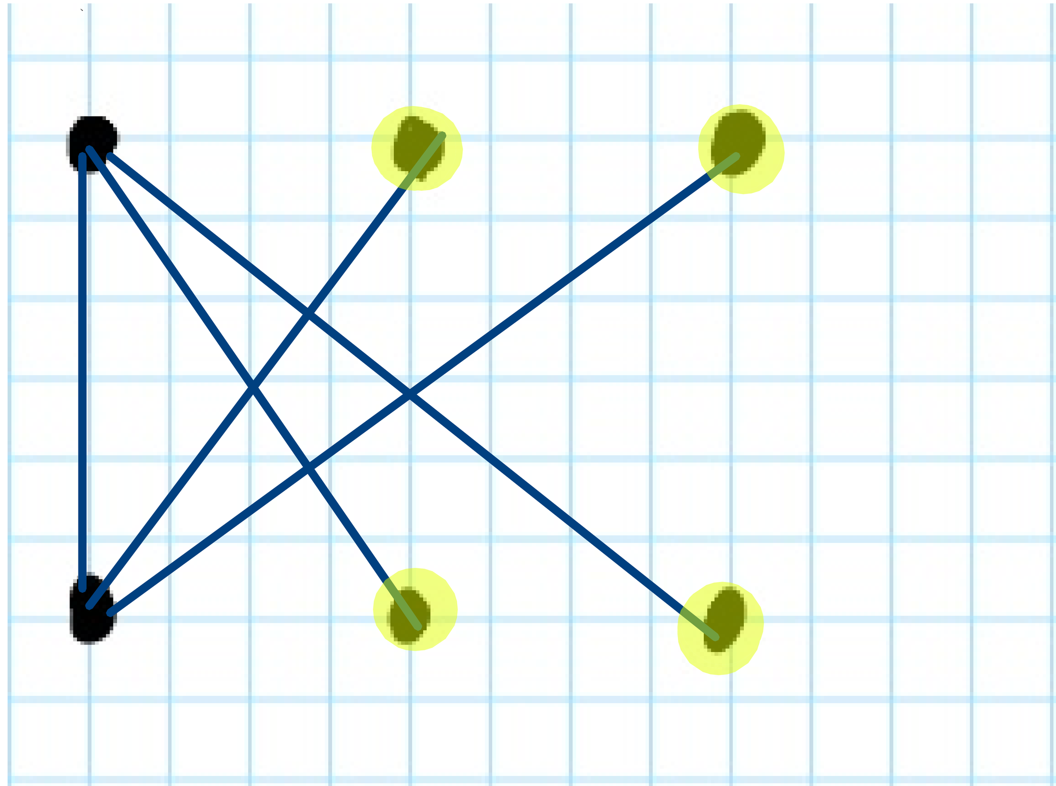
3.3.4



3.3.5 Trouver tous les arbres couvrants non isomorphes de $K_{3,3}$.



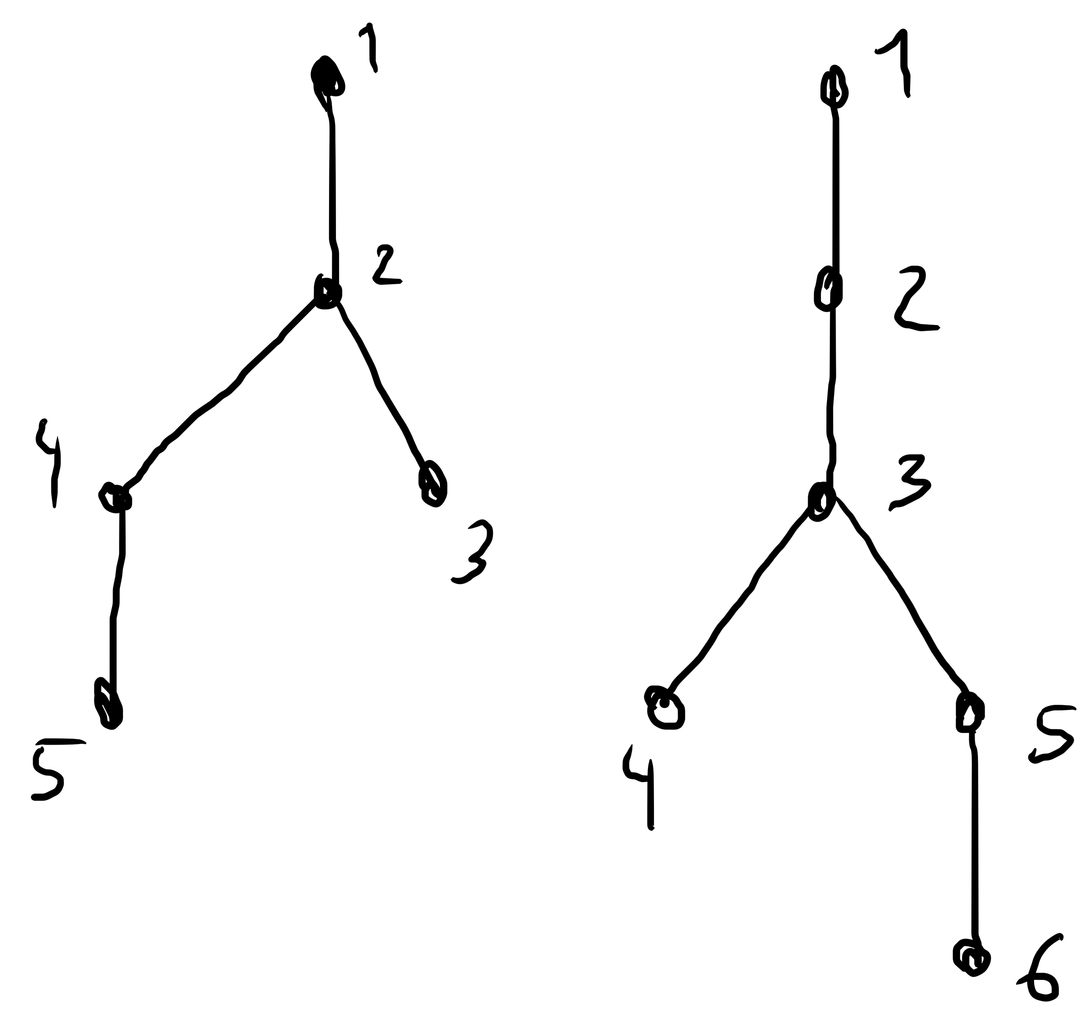




3.3.6 Une *forêt* est un graphe non forcément connexe dont chacune des composantes connexes est un arbre.

a) Soit G une forêt à n sommets et k composantes connexes. Donner le nombre d'arêtes de G.

b) Construire une forêt à 12 sommets et 9 arêtes.



5 s
4 a

6 s
5 a

$n = 11$ sommets , $K = 2$

9 arêtes

Formules

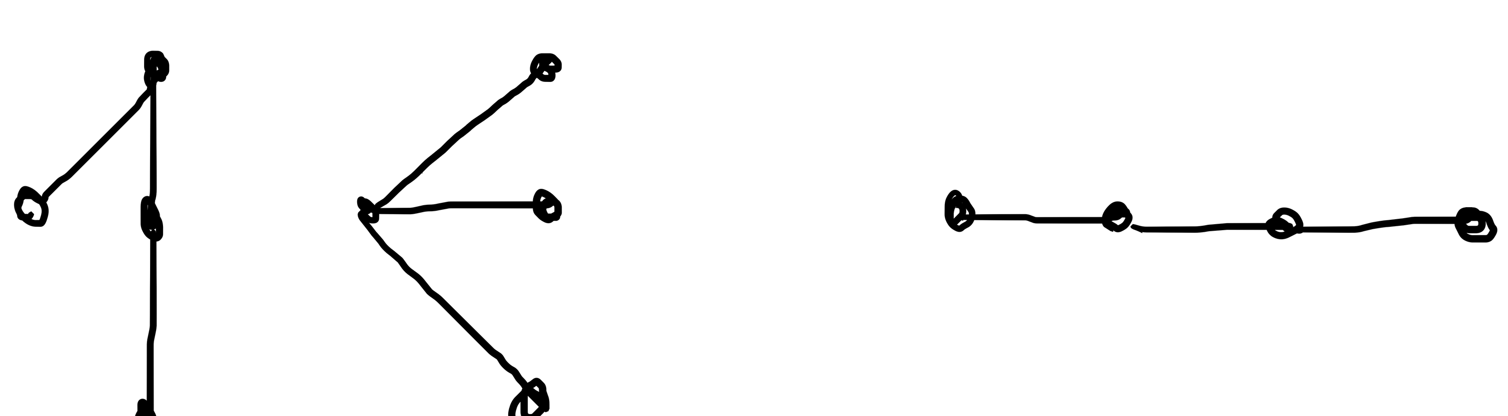
$$\# \text{arêtes} = n - K$$

$$\sum_j s_j = n$$

$$\sum_j a_j = \sum_j (s_j - 1) = n - K$$

b) $n = 12$ $\qquad K = 3$ (# composantes connexes)

$\#$ arêtes $= 9$



$\{B, E\} : 1$ ✓

$\{E, G\} : 2$ ✓ $\{D, F\} : 2$

$\{A, C\} : 4$ ✓ $\{F, G\} : 4$ ✓

~~$\{D, E\} : 6$~~

$\{F, H\} : 7$ ✓ ~~$\{B, D\} : 7$~~

~~$\{A, B\} : 8$~~ $\{C, F\} : 8$ ✓

$\{H, I\} : 9$ ✓

~~$\{G, I\} : 10$~~

~~$\{B, C\} : 11$~~

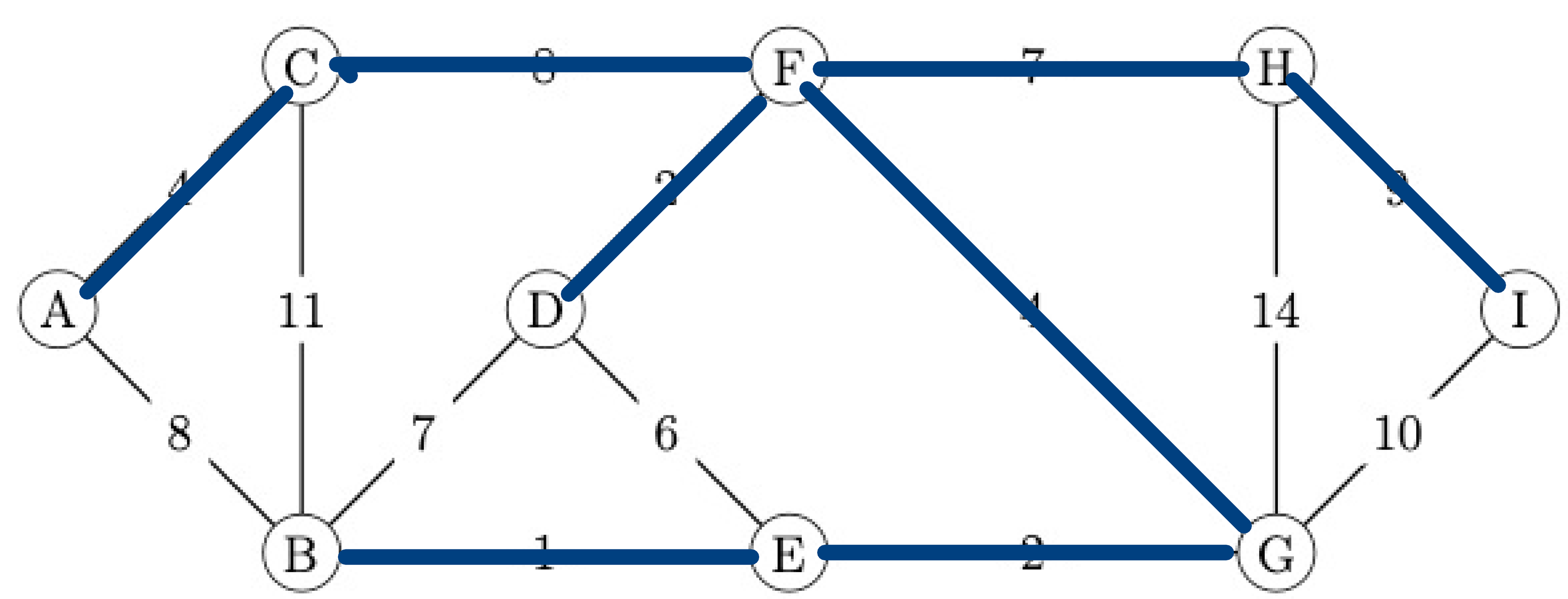
~~$\{G, H\} : 14$~~

Sommet 9

Arête 8

Kruskal

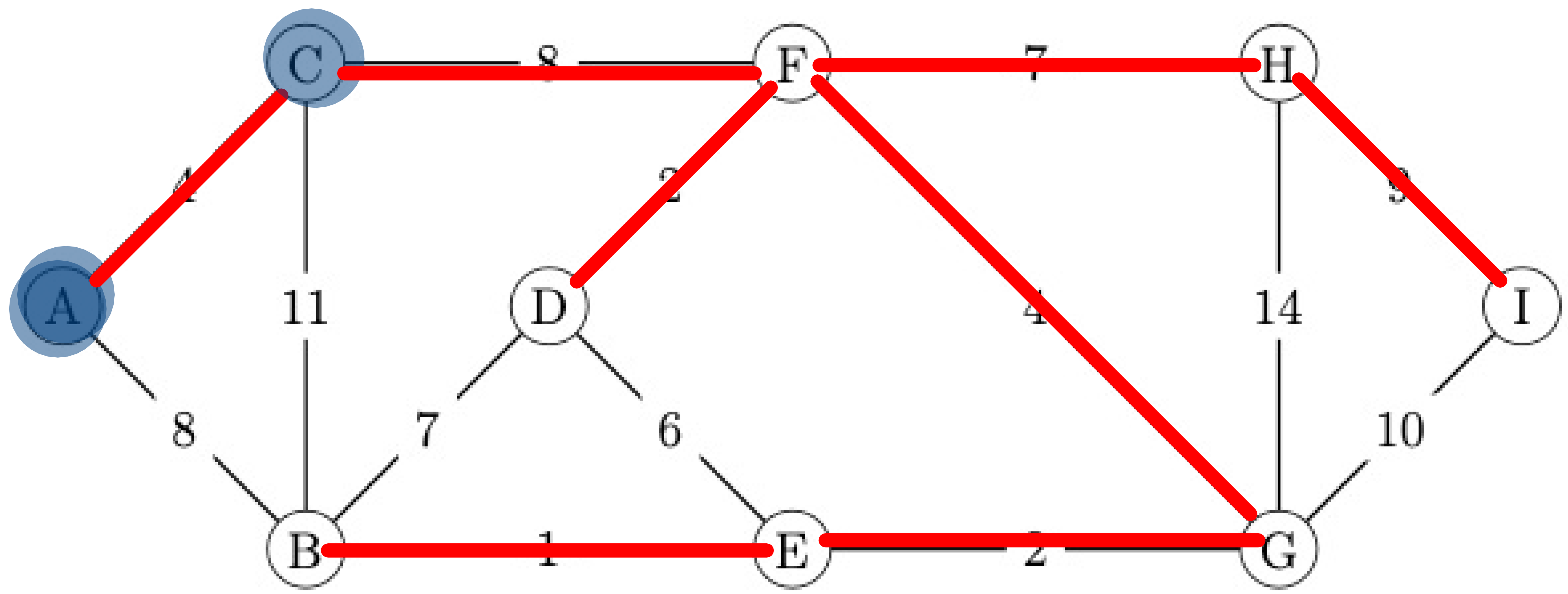
3.3.9 Pour le graphe pondéré ci-dessous, trouver un arbre couvrant de poids minimum.



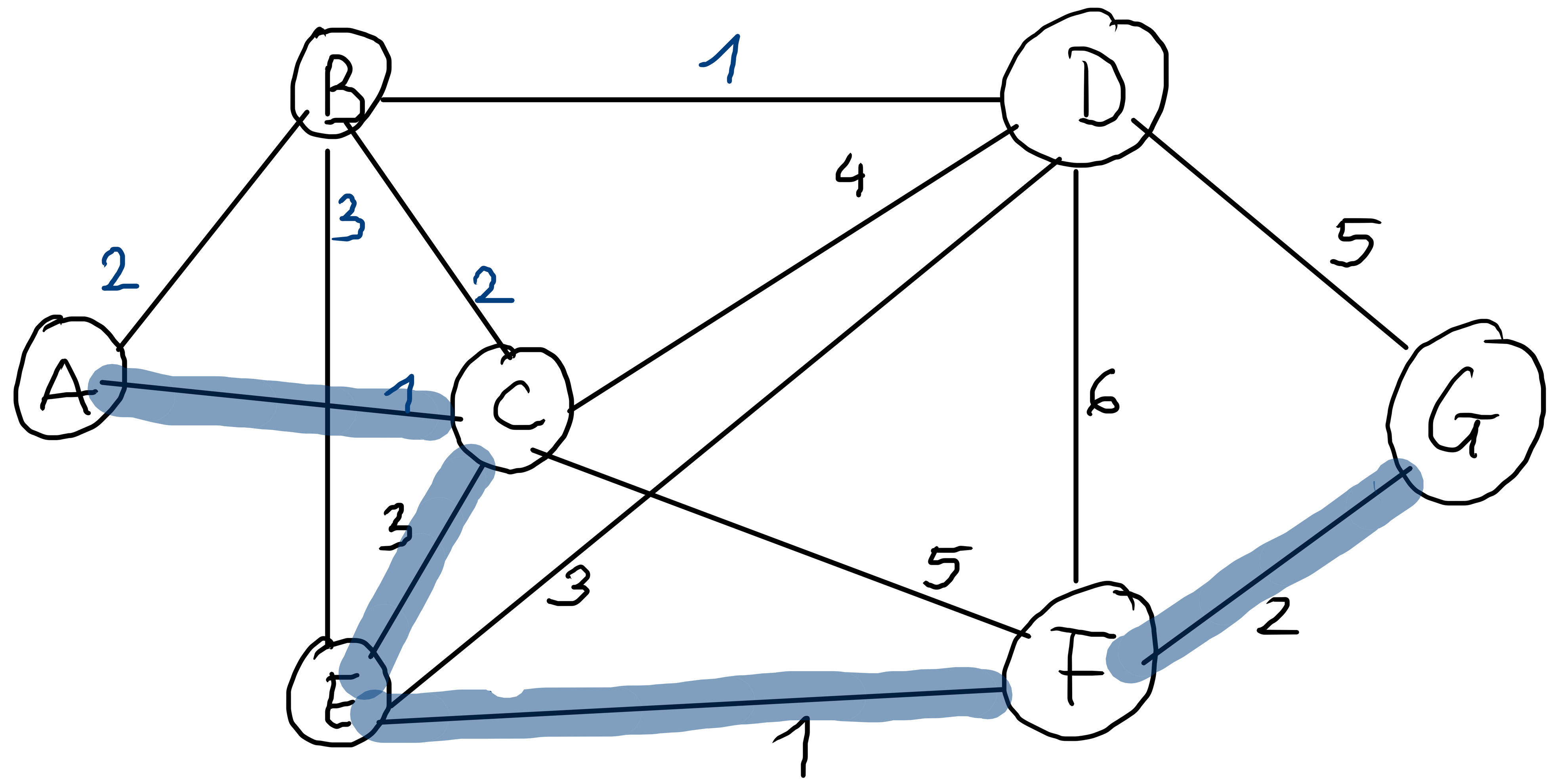
$\boxed{\{B,E\}:1,\ \{E,G\}:2,\ \{D,F\}:2,\ \{A,C\}:4,\ \{F,G\}:4,\ \{F,H\}:7,\ \{C,F\}:8,\ \{H,I\}:9}$

Prim

3.3.9 Pour le graphe pondéré ci-dessous, trouver un arbre couvrant de poids minimum.



Algo du plus court chemin entre deux sommets



Le chemin de poids minimal reliant A à G

A	B	C	D	E	F	G	Etapes
0	2 - A	1 - A					1
	3 - C	1 - A	5 - C	4 - C	6 - C		2
	2 - A		3 - B	5 - B			3
			3 - B	6 - D	9 - D	8 - D	4
				4 - C	5 - E		5
					5 - E	7 - F	6
						7 - F	7
							8

A - C - E - F - G 7

3.3.11 Considérons le graphe G ci-dessous.