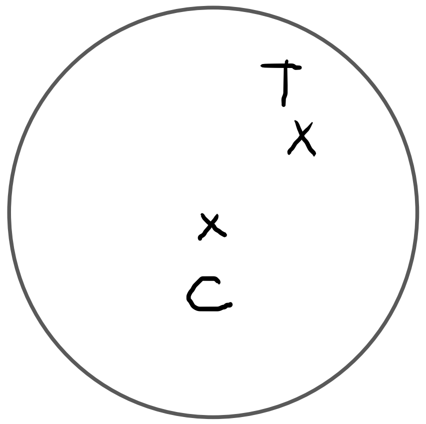
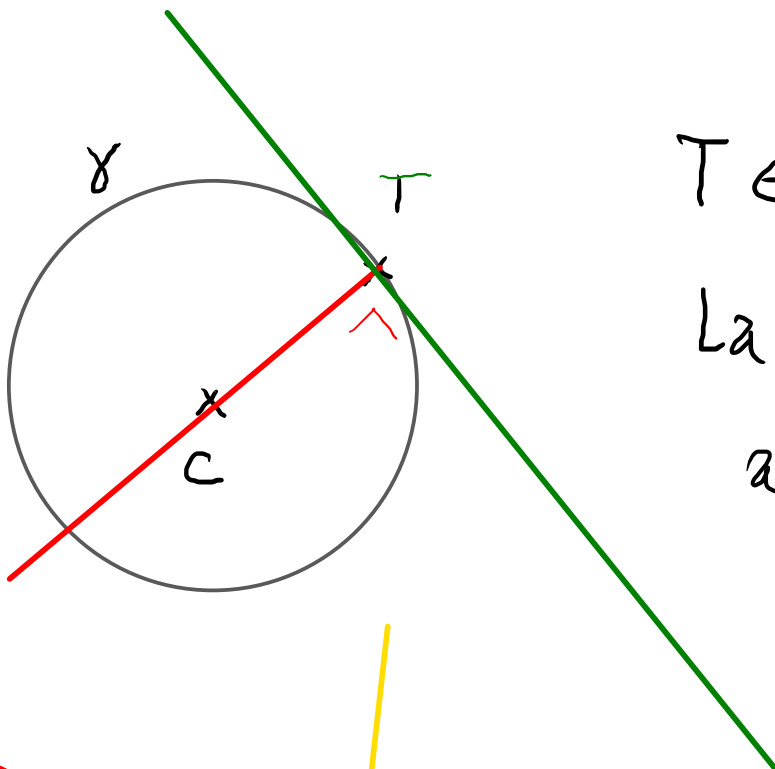
Tangentes à un cercle

08.09.23

γ cercle de centre C et de rayon R.

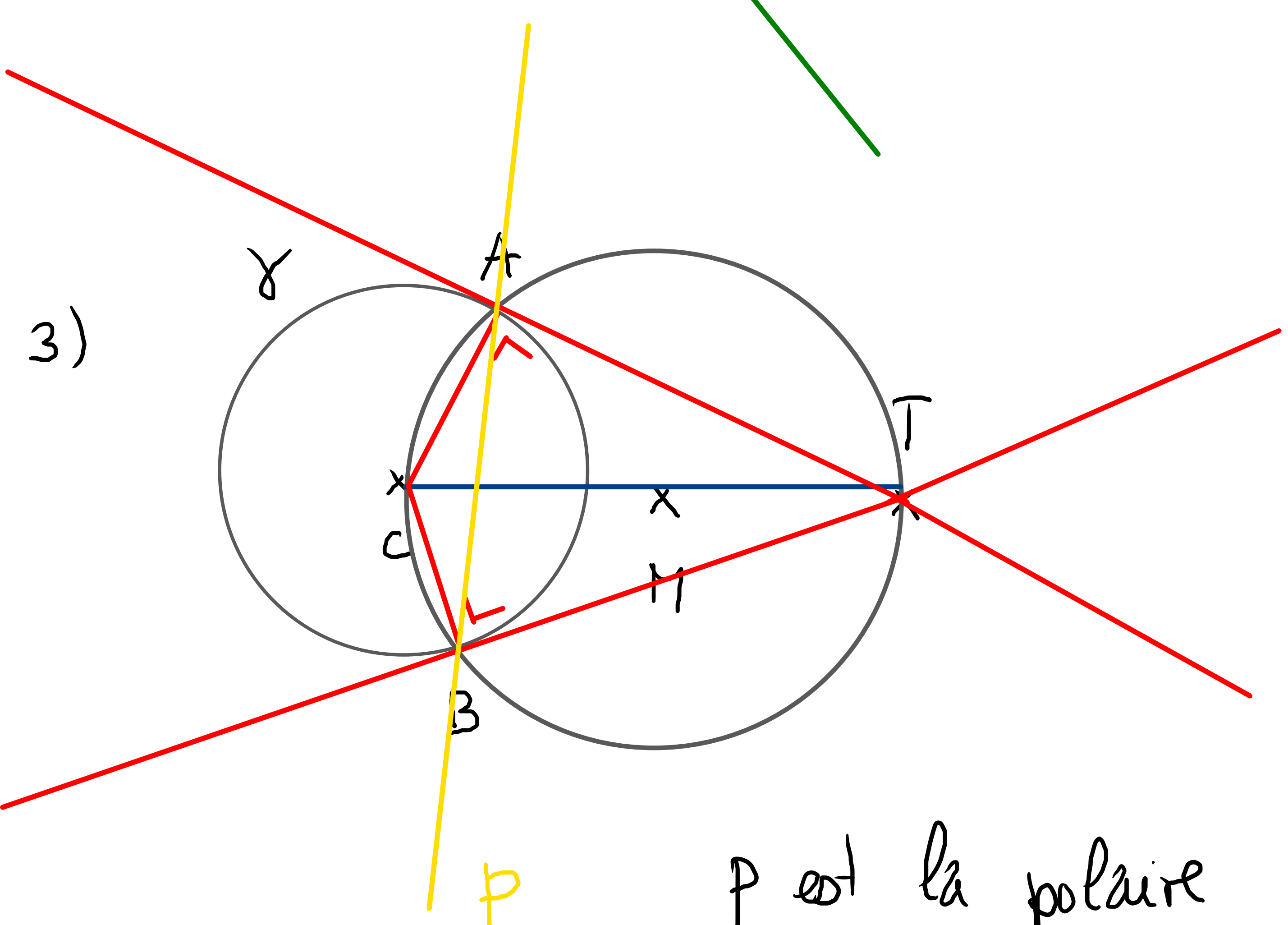
1) 

Pas de tangente si T est à l'intérieur de γ

2) 

$T \in \gamma$.

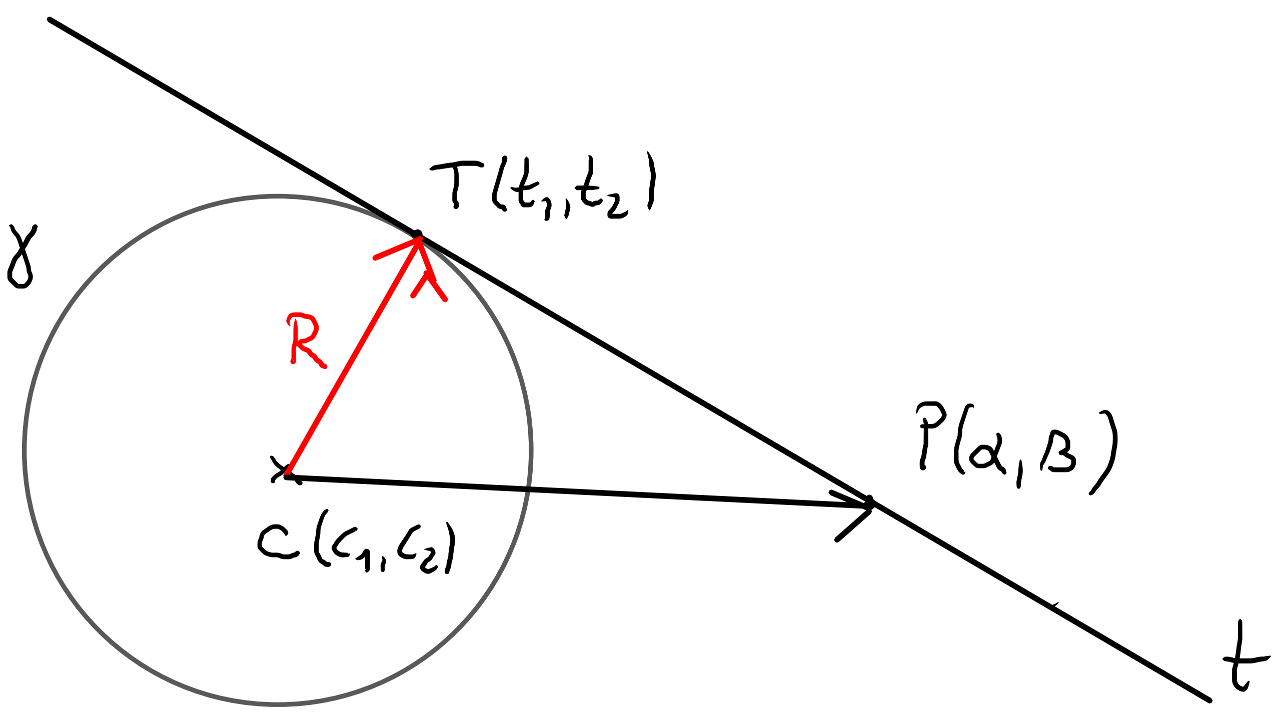
La tangente est donnée par la perpendiculaire au rayon de contact

3) 

Si T est à l'extérieur de γ, il y a deux tangentes. Les points de contact A et B se situent à l'intersection de γ et du cercle de diamètre CT

p est la polaire du point T par rapport à γ.

Cas général du point 2



(γ) : $(x-c_1)^2 + (y-c_2)^2 = R^2$

Soit $T(t_1,t_2) \in \gamma$ et $P(\alpha,\beta)$ sur la tangente t à γ par T.

La condition : $CT \perp TP \iff \vec{CT} \perp \vec{TP} \iff \vec{CT} \cdot \vec{TP} = 0$

$$\vec{CT} = \vec{OT} - \vec{OC} = \begin{pmatrix} t_1 - c_1 \\ t_2 - c_2 \end{pmatrix} \quad , \quad \vec{TP} = \vec{OP} - \vec{OT} = \begin{pmatrix} \alpha - t_1 \\ \beta - t_2 \end{pmatrix}$$

1) $\vec{CT} \cdot \vec{TP} = 0 \iff (t_1 - c_1)(\alpha - t_1) + (t_2 - c_2)(\beta - t_2) = 0$

2) $\vec{CP} \cdot \vec{CT} = (\vec{CT} + \vec{TP}) \cdot \vec{CT} = \vec{CT} \cdot \vec{CT} + \underbrace{\vec{TP} \cdot \vec{CT}}_{0} = \|\vec{CT}\|^2 = R^2$

$$(t_1 - c_1)(\underset{\downarrow\, x}{\alpha} - c_1) + (t_2 - c_2)(\underset{\downarrow\, y}{\beta} - c_2) = R^2$$

$$\boxed{(t) : (t_1 - c_1)(x - c_1) + (t_2 - c_2)(y - c_2) = R^2}$$

2.1.16 Après avoir vérifié que le point T est sur le cercle γ, Déterminer les équations des tangentes à γ au point T dans les cas suivants :

a) $T(-1;2)$ et $\gamma : x^2 + y^2 = 5$;

b) $T(-5;7)$ et $\gamma : (x+2)^2 + (y-3)^2 = 25$;

b) $T \in \gamma$: $(-5+2)^2 + (7-3)^2 = 3^2 + 4^2 = 25$

(γ) : $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 25$

γ dédoublée : $(x+2)(x+2) + (y-3)(y-3) = 25$

$$\boxed{(t) : (-5+2)(x+2) + (7-3)(y-3) = 25}$$

$$-3(x+2) + 4(y-3) = 25$$

$$-3x + 4y - 6 - 12 - 25 = 0$$

$$(t) : -3x + 4y - 43 = 0$$

f) $T(2;1)$ et $\gamma : 3x^2 + 3y^2 = 2x + 11$.

$T \in \gamma$: $3 \cdot 4 + 3 \cdot 1 = 15$ gauche

$2 \cdot 2 + 11 = 15$ droite

(γ) : $3xx + 3yy = x + x + 11$

(t) : $6x + 3y = x + 13$

(t) $5x + 3y - 13 = 0$

2.1.15 Déterminer l'équation du symétrique du cercle $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ relativement à la droite $x = y + 3$.