

1.1.28 Dans une école, une étude a montré que le degré d'intérêt (sur une échelle de 1 à 10) des élèves au cours d'une leçon de 45 minutes est donné par la fonction d définie par

10.01.24

$$d(t) = \frac{t \cdot e^{-\frac{t}{30}} + 2}{2}$$

où t représente le nombre de minutes écoulées depuis le début de la leçon.

- Quel est le degré de motivation des élèves en entrant en classe ?
- Quel est le degré de motivation des élèves après 20 minutes en classe ?
- Après combien de minutes le degré maximal est-il atteint ? Donner sa valeur maximale.

$$a) d(t) = \frac{1}{2} \left(t \cdot e^{-\frac{t}{30}} + 2 \right)$$

$$d(0) = 1$$

$$b) d(20) = \frac{1}{2} \left(20 \cdot e^{-\frac{20}{30}} + 2 \right) \approx 6,13$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$(e^u)' = u' \cdot e^u$$

c) Pour obtenir le max, on dérive la fonction

$$d(t) = \frac{1}{2} \left(\underbrace{t}_{u} \cdot \underbrace{e^{-\frac{t}{30}}}_{v} + 2 \right)$$

$$d'(t) = \frac{1}{2} \left(1 \cdot e^{-\frac{t}{30}} + t \cdot \left(-\frac{1}{30}\right) e^{-\frac{t}{30}} \right) = \frac{1}{2} e^{-\frac{t}{30}} \left(1 - \frac{1}{30} t \right)$$

$$u = t ; u' = 1$$

$$v = e^{-\frac{t}{30}} ; v' = -\frac{1}{30} \cdot e^{-\frac{t}{30}}$$

$$1 - \frac{1}{30} t = 0$$

$$1 = \frac{1}{30} t$$

$$30 = t$$

t	0	30	45	
$d'(t)$	/	+	0 -	/
$d(t)$	/	min	max	min

Le max est atteint lorsque $t = 30$, il est égal à $d(30) = \frac{30 e^{-\frac{30}{30}} + 2}{2}$

$$\approx 6,51$$

c) Variante:

$$d(t) = \frac{t \cdot e^{-\frac{t}{30}} + 2}{2}$$

$$d(t) = 10 \Leftrightarrow t e^{-\frac{t}{30}} + 2 = 20$$

$$t e^{-\frac{t}{30}} = 18$$



on ne sait pas résoudre ce genre d'équation

1.1.29 La taille d'un arbre est souvent décrite par un modèle logistique. Supposons que la hauteur h (en mètres) d'un arbre de t années est donnée par la relation

$$h = \frac{40}{1 + 200 e^{-0,2t}} = h(t)$$

- a) Quelle est la hauteur d'un arbre vieux de 30 ans ?
- b) A quel âge l'arbre aura-t-il une hauteur de 16m ?
- c) Quelle hauteur maximale l'arbre peut-il atteindre ?

1. 3, 30