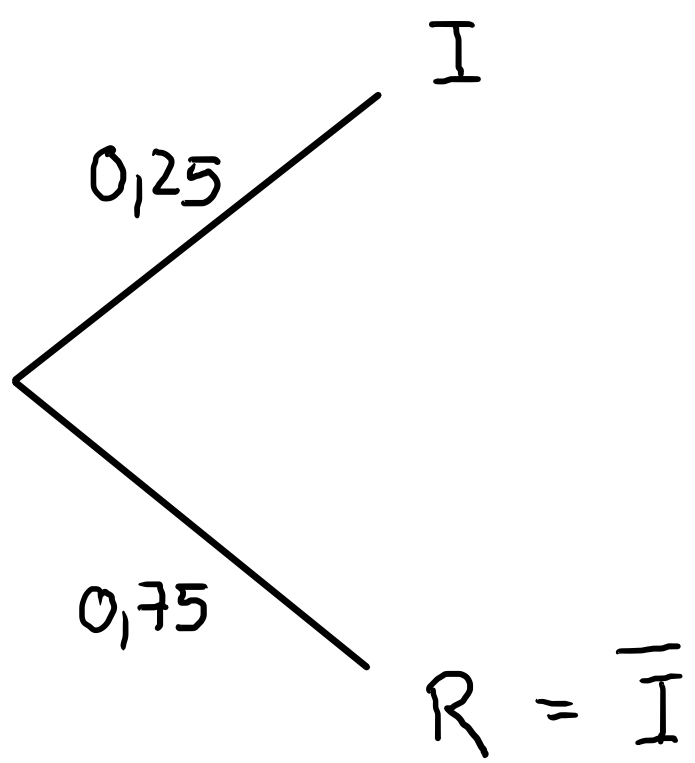
21.03.24

4.4.3 Des appels reçus par une agence de voyage, 25% sont des demandes d'information et 75% sont des réservations. On suppose que les appels sont indépendants. Si l'agence reçoit six appels, calculer la probabilité qu'exactement quatre de ces appels soient des réservations.



$$C_4^6 \, (0,75)^4 \cdot (0,25)^2 \cong 0,2966 \cong 30\%$$

$\|$

C_2

4.4.4 On jette une pièce de monnaie 20 fois. Quelle probabilité a-t-on d'obtenir :

a) 8 fois face ?

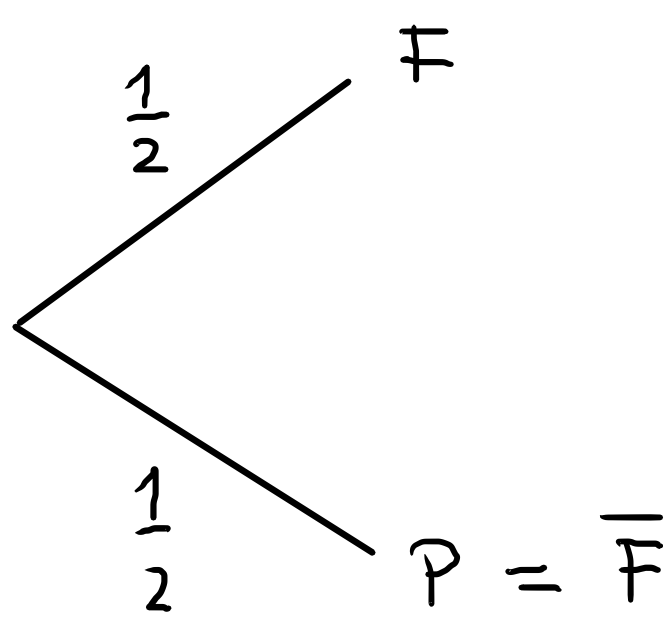
b) 9 fois face ?

c) 10 fois face ?

d) moins de 4 fois face ?

e) plus de 7 fois et moins de 13 fois face ?

$$P(\text{Face}) = P(\text{Pile}) = \frac{1}{2}$$



a) $C_8^{20} \, (0.5)^8 \cdot (0.5)^{12}$

b) $C_9^{20} \, (0.5)^9 \cdot (0.5)^{11}$

c) $C_{10}^{20} \, (0.5)^{10} \cdot (0.5)^{10}$

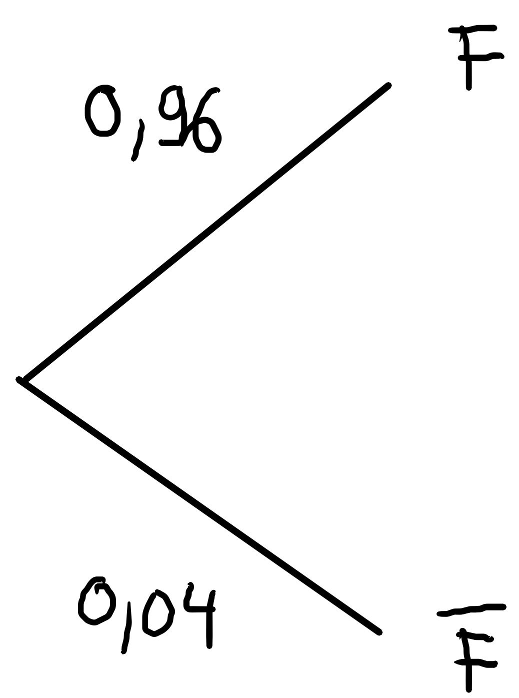
d) $C_0^{20} \, (0.5)^{20} \cdot (0.5)^0 + C_1^{20} \, (0.5)^{19} \cdot (0.5)^1 + C_2^{20} \cdot (0.5)^{18} \cdot (0.5)^2 + C_3^{20} \, (0.5)^{17} \cdot (0.5)^3$

e) $(0.5)^{20} \left[C_8^{20} + C_9^{20} + C_{10}^{20} + C_{11}^{20} + C_{12}^{20} \right]$

4.4.5 Un fabricant prétend que seul le 4% des articles qu'il livre présentent un défaut. Pour vérifier ses dires on prélève au hasard, dans un lot d'articles très important, cinquante articles. Quelle probabilité a-t-on, si ses dires sont exacts, de trouver :

a) moins de trois articles défectueux ?

b) plus de quatre articles défectueux ?



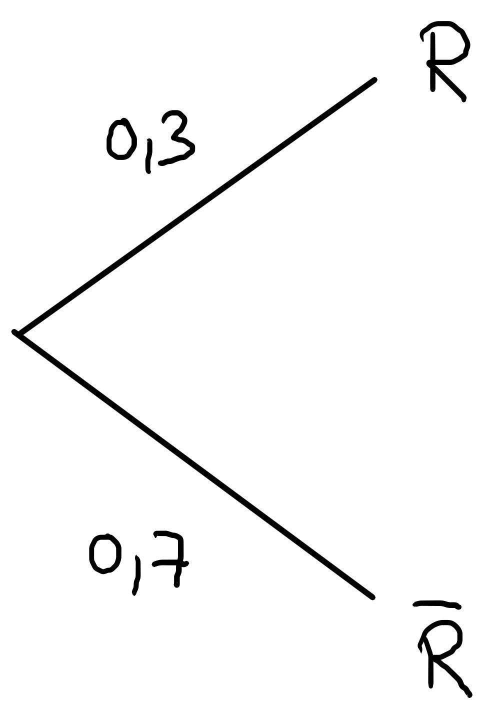
a) $C_0^{50} \cdot 0{,}96^{50} + C_1^{50} \cdot 0{,}04^{1} \cdot 0{,}96^{49} + C_2^{50} \cdot 0{,}04^{2} \cdot 0{,}96^{48}$

b) $1 - \left(C_0^{50} \cdot 0{,}04^{0} \, 0{,}96^{50} + \dots + C_4^{50} \, 0{,}04^{4} \cdot 0{,}96^{46} \right)$

4.4.6 Jean s'amuse à viser une quille avec une boule. L'expérience lui a appris qu'il renverse la quille 3 fois sur 10 en moyenne.

a) Quelle probabilité a-t-il de renverser la quille 4 fois au moins en lançant la boule 7 fois ?

b) Combien de fois doit-il lancer la boule s'il veut avoir plus de 90% de chances de renverser au moins une fois la quille ?



a) $C_4^7\ 0,3^4 \cdot 0.7^3 + C_5^7 \cdot 0,3^5 \cdot 0,7^2 + C_6^7 \cdot 0,3^6 \cdot 0,7 + C_7^7\ 0,3^7\ 0,7^0$

b) Soit n le nombre de lancers

$$1 - 0,7^n \geq 0,9 \quad \Big| \ -1$$
$$-0,7^n \geq -0,1 \quad \Big| \ \cdot(-1)$$
$$0,7^n \leq 0,1$$
$$n \cdot \ln(0,7) \leq \ln(0,1) \quad \Big| \ \div \ln(0,7)$$
$$n \geq \frac{\ln(0.1)}{\ln(0.7)}$$
$$n \geq 6,45$$

Il doit lancer 7 fois la boule.

4.3.13 Un hôpital comporte deux salles d'opération qui ont la même probabilité d'être occupées. La probabilité que l'une des salles au moins soit occupée est de 90% et celle que toutes les deux soient occupées 50%. Quelle est la probabilité :

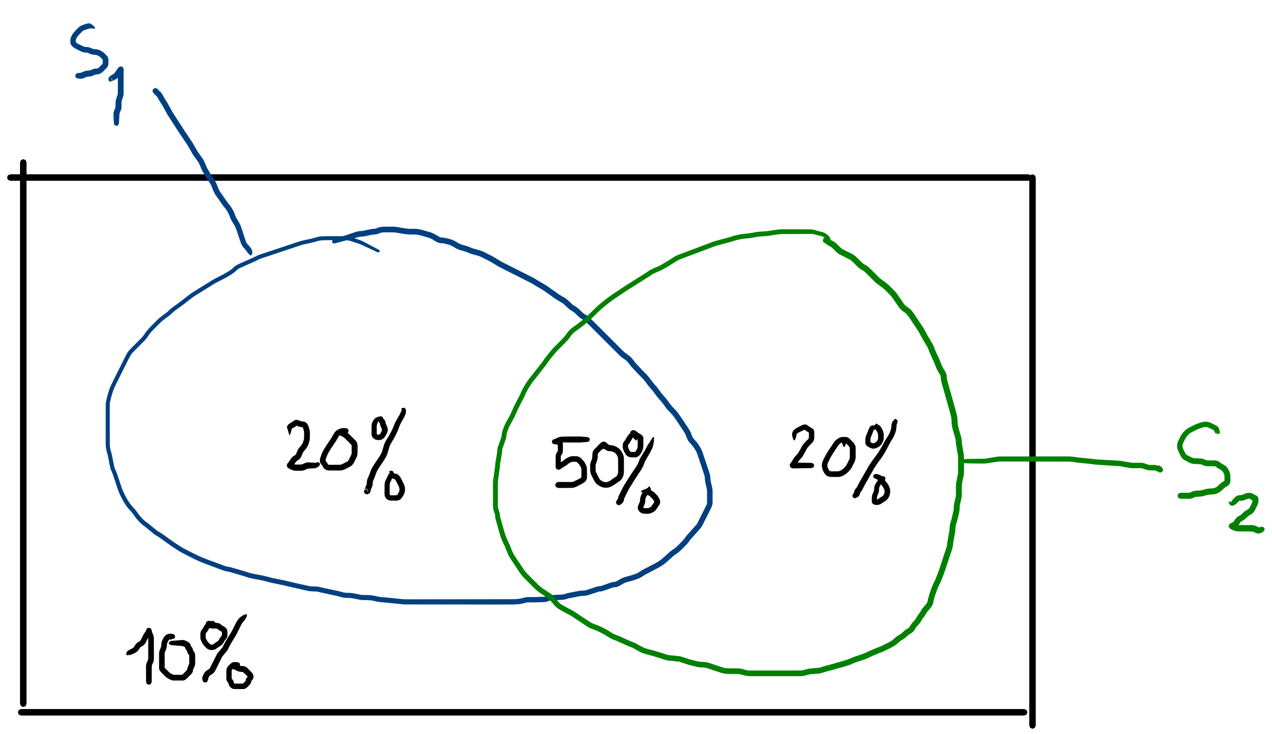
a) que la première salle soit libre ?

b) que les deux salles soient libres ?

c) que l'une des deux salles au moins soit libre ?

d) qu'une seule salle soit libre ?

e) que la seconde salle soit libre, si l'on sait que la première est occupée ?



$P(S_1) = 70\%$

$P(S_2) = 70\%$

$P(S_1 \cap S_2) = 50\%$

$P(S_1 \cup S_2) = 90\%$

$P(\overline{S_1 \cup S_2}) = 10\%$

a) $P(\bar{S_1}) = 30\%$

b) $P(\overline{S_1 \cup S_2}) = 10\%$

c) $P(C) = 10\% + 20\% + 20\% = 50\%$

d) $P(D) = 40\%$

e) $P(\bar{S_2} \mid S_1) = \frac{20}{70} = \frac{2}{7} \cong 28{,}57^{\circ}$

4.3.6 On sort d'un jeu de cartes les 4 as et les 4 rois. On tire successivement au hasard 4 cartes de ces 8 cartes. Quelle probabilité a-t-on de tirer :

a) les 4 as ?

b) un as au moins ?

c) 4 cartes rouges ?

d) 4 cartes de familles différentes ?

$$\#\text{ possibles} : \quad 8\cdot7\cdot6\cdot5 = A_4^8 = 1680$$

a) $$\#\text{ favorables} : \quad 4\cdot3\cdot2\cdot1 = A_4^4 = P_4 = 24$$

$$P(A) = \frac{24}{1680} \cong 1{,}43\%$$

b) $$P(\text{"au moins un as"}) = 1 - P(\text{"aucun as"}) = 1 - \underbrace{P(\text{"4 rois"})}_{= P(\text{"4 as"})}$$

$$= 1 - 1{,}43\% = 98{,}57\%$$

c) $$P(\text{"4 cartes rouges"}) = \frac{P_4}{A_4^8} \cong 1{,}43\%$$

d) ♠ ♣ ♥ ♦ $$\#\text{ favorables} \quad [\overbrace{2\cdot2\cdot2\cdot2}^{\text{AS/ROI}}]\ \overbrace{P_4}^{\text{ordre}} = 16\cdot 24 = 384$$

$$p(D) = \frac{384}{1680} = \frac{8}{35} \cong 22{,}86\%$$

e) les 4 as, sachant que la première carte tirée était un as ?

f) les 4 as, sachant que la première carte tirée était un as rouge ?

g) les 4 as, sachant que la première carte tirée était l'as de coeur ?

$$A_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$$

e) nouveau : # possibles : $4 \cdot A_3^7 = 4 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 840$

favorables : $P_4 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

$$P(4\text{AS} \mid 1^{\text{ère}} \text{ carte est un AS}) = \frac{24}{840} = \frac{1}{35}$$

Driton

f) nouveau : # possibles : $2 \cdot A_3^7 = 2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 420$

favorables : $2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 12$

$$P(4\text{AS} \mid 1^{\text{ère}} \text{ carte est un AS rouge}) = \frac{12}{420} = \frac{1}{35}$$

g) nouveau : # possibles : $1 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$

favorables : $1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

$$P(4\text{AS} \mid 1^{\text{ère}} \text{ est l'AS de coeur}) = \frac{6}{210} = \frac{1}{35}$$