

**COMBINATOIRE – TE 831**

Problème	1	2	3	4	5	6	7	8	Total
Points	8	3	2	2	4	2	3	3	27
Points obtenus									

**Problème 1 (8 points)**

Une classe est composée de 13 filles et 7 garçons. *Alice* et *Bob* sont deux élèves de cette classe.

- a) Combien y a-t-il de possibilités de désigner parmi eux un comité de quatre membres ?
- b) Combien y a-t-il de possibilités de désigner parmi eux un comité de six membres comprenant deux filles et quatre garçons ?
- c) Combien y a-t-il de possibilités de désigner parmi eux un comité de quatre membres comprenant au moins deux garçons ?
- d) Combien y a-t-il de possibilités de désigner parmi eux un comité de cinq membres composé de 3 filles et de 2 garçons sachant que *Alice* et *Bob* ne veulent pas siéger ensemble ?

13 F et 7 G

a)  $C_4^{20} = \underline{4845}$  1

b)  $C_2^{13} \cdot C_4^7 = 78 \cdot 35 = \underline{2730}$  1

c)  $C_2^7 \cdot C_2^{13} + C_3^7 \cdot C_1^{13} + C_4^7 \cdot C_0^{13} =$

$21 \cdot 78 + 35 \cdot 13 + 35 \cdot 1 = \underline{2128}$  3

d) A et B siègent ensemble :  $C_2^{12} \cdot C_1^6 = 66 \cdot 6 = 396$

Toutes les possibilités :  $C_3^{13} \cdot C_2^7 = 286 \cdot 21 = 6006$

$\Rightarrow \underline{6006 - 396 = 5610}$  3

**Problème 2** (3 points)

Une classe du Gymnase de Burier a reçu 4 billets pour le spectacle de musique. Sachant que cette classe est composée de 16 élèves, calculer le nombre de façons de distribuer ces 4 billets dans chacun des cas suivants :

- a) les billets sont numérotés et chaque élève ne peut recevoir qu'un seul billet ;
- b) les billets sont numérotés et chaque élève peut recevoir plusieurs billets ;
- c) les billets ne sont pas numérotés et chaque élève ne peut recevoir qu'un seul billet.

a)	$A_4^{16} = 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 = \frac{16!}{12!} = \underline{43'680}$	1
b)	$16^4 = \underline{65'536}$	1
c)	$C_4^{16} = \underline{1820}$	1

**Problème 3** (2 points)

Combien de « mots » différents peut-on écrire en utilisant une fois et une seule chacune des lettres du mot METALLICA?

$P_9(2,2) = \frac{9!}{2! \cdot 2!} = \underline{90'720}$	2
--	---

**Problème 4** (2 points)

On tire au hasard 9 cartes d'un jeu de jass (4 couleurs de 9 cartes). Combien y a-t-il de mains différentes contenant exactement 2 rois, 3 as et les quatre neuf ?

$C_2^4 \cdot C_3^4 \cdot C_4^4 = 6 \cdot 4 \cdot 1 = \underline{24}$	2
--	---

**Problème 5** (4 points)

Combien de mots différents d'au plus trois lettres peut-on former avec les lettres du mot MATH si :

- a) les répétitions sont permises ?
- b) les répétitions ne sont pas permises ?

a)	1 lettre	4		
	2 lettres	$4^2$		
	3 lettres	$4^3$		
			$4+4^2+4^3 = $	<u>84</u> = ②
b)	1 lettre	4		
	2 lettres	$4 \cdot 3 = 12$		
	3 lettres	$4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$		
			$4+12+24 = $	<u>40</u> ②

**Problème 6** (2 points)

De combien de manière différentes peut-on asseoir 5 personnes dans une voiture si seulement trois d'entre elles peuvent conduire ?

$C_1^3 \cdot P_4 = 3 \cdot 4! = $	<u>72</u>
-----------------------------------	-----------

**Problème 7** (3 points)

On considère les chiffres du nombre 12'303. Combien de nombres pairs de cinq chiffres peut-on former, chacun étant utilisé autant de fois que dans le nombre donné ?

Impairs 1-3-3      pairs 0-2

a) \_ \_ \_ \_ 0       $\bar{P}_4(2) = 12$

b) \_ \_ \_ \_ 2       $\frac{3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2} = 9$  } 21 (3)

**Problème 8** (3 points)

On dispose de cinq drapeaux de couleurs différentes. En plaçant un ou plusieurs drapeaux sur un mât vertical, on peut transmettre des messages.



Combien de messages différents peut-on transmettre ?

$$A_1^5 + A_2^5 + A_3^5 + A_4^5 + A_5^5 =$$
$$5 + 5 \cdot 4 + 5 \cdot 4 \cdot 3 + 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 + 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = \underline{325}$$