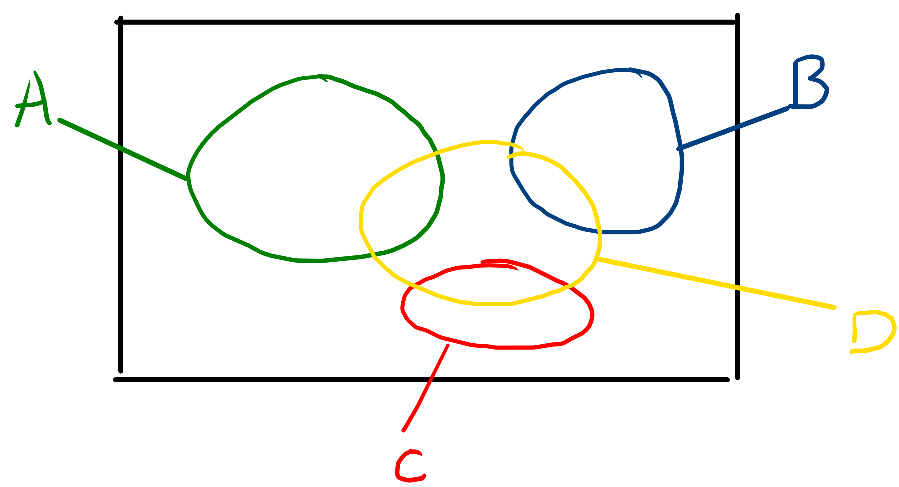
Proba conditionnelles : Propriétés

1) $A \subseteq B$, $P(A|C) \leq P(B|C)$

2) $P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1$

3) A, B et C incompatibles deux à deux :



$$P(A \cup B \cup C | D) = P(A|D) + P(B|D) + P(C|D)$$

4) $P((A \cup B) | C) = P(A|C) + P(B|C) - P((A \cap B)|C)$

Théorème de multiplication (thm de Bayes)

$$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A\cap B) = P(B)\cdot P(A|B)$$

$$\boxed{P(A_1\cap A_2\cap \ldots A_n) = P(A_1)\cdot P(A_2|A_1)\cdot P(A_3|A_1\cap A_2)\cdot \ldots \cdot P(A_n|A_1\cap A_2\cap \ldots \cap A_{n-1})}$$

Exemple

Dans un lot de 15 montres, 5 ont une pile défectueuse.
Quelle est la probabilité de choisir successivement 3 montres ayant une pile défectueuse ?

A_1 = " La $1^{ère}$ montre choisie a une pile défectueuse "
A_2 = " $2^{ème}$ "
A_3 = " $3^{ème}$ "

$$P(A_1\cap A_2\cap A_3) = P(A_1)\cdot P(A_2|A_1)\cdot P(A_3|A_1\cap A_2)$$

$$= \frac{5}{15}\cdot\frac{4}{14}\cdot\frac{3}{13} = \frac{2}{91} \cong 2{,}2\,\%$$

Salut

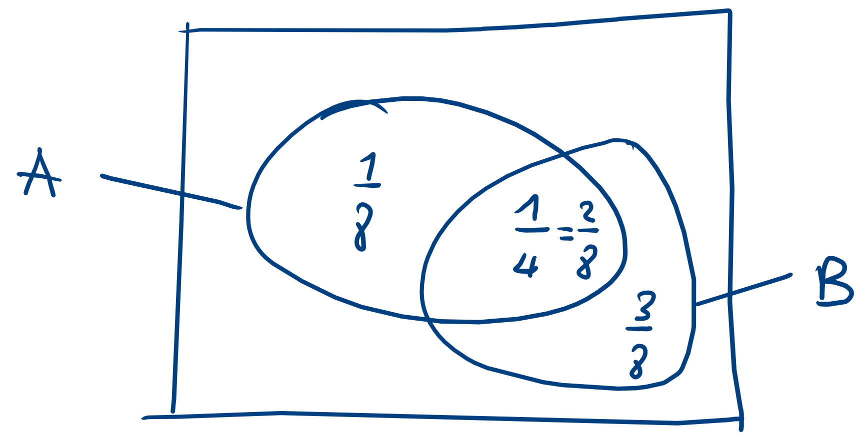
hahaha

4.3.3 On considère deux événements A et B tels que $P(A) = 3/8$, $P(B) = 5/8$ et $P(A \cup B) = 3/4$. Calculer $P(A|B)$ et $P(B|A)$.

$$P(A) = \frac{3}{8}$$

$$P(B) = \frac{5}{8}$$

$$P(A \cup B) = \frac{3}{4}$$



- $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

$$= \frac{3}{8} + \frac{5}{8} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

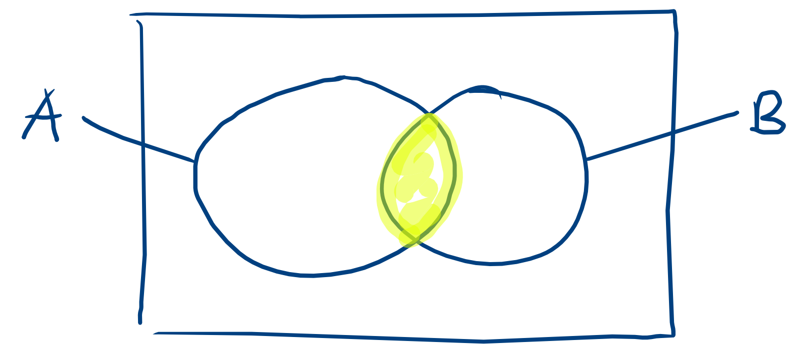
- $P(A|B) = \dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{5}{8}} = \dfrac{2}{5}$

- $P(B|A) = \dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{8}} = \dfrac{2}{3}$

4.3.5 Soit A et B deux événements. Montrer que :

$$P(\overline{A}|B) = 1 - P(A|B)$$

$$\boxed{P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1}$$



- $B = (A \cap B) \cup (\bar{A} \cap B)$ c'est une partition de B

car $(A \cap B) \cap (\bar{A} \cap B) = \emptyset$

- $P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B)$

- $$P(A|B) + P(\bar{A}|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} + \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B)}{P(B)} = 1$$