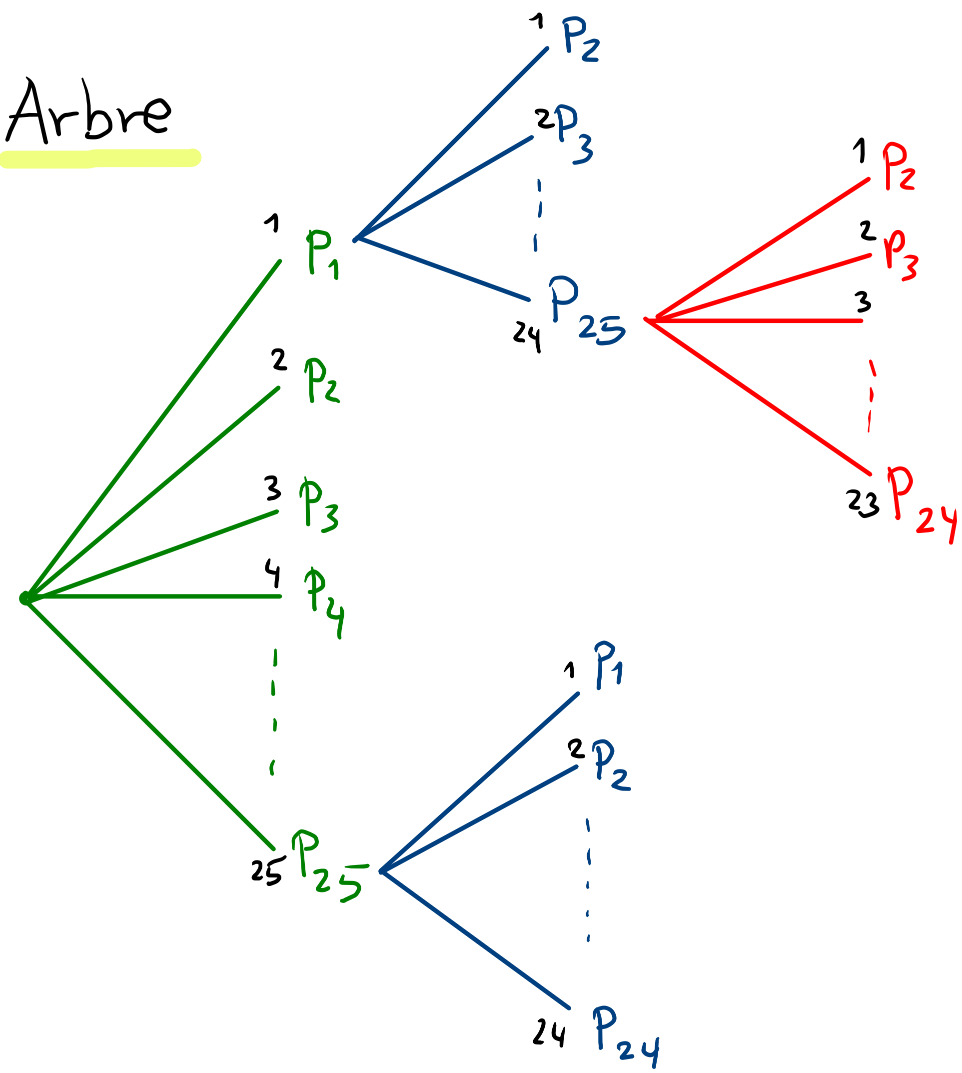
25.02.25

3.1.1 De combien de manières peut-on choisir le délégué, son remplaçant et le responsable des nettoyages dans une classe de 25 élèves ?

$\boxed{25}\ \boxed{24}\ \boxed{23} = 13'800$

où les nombres représentent une possibilité et pas la personne !

Arbre



Si un événement P se décompose en n processus élémentaires successifs admettant respectivement $r_1, r_2, r_3, \dots, r_k$ réalisations, alors l'événement P admet $r_1 \cdot r_2 \cdot r_3 \cdot \dots \cdot r_k$ réalisations.

3.1.2 Combien de « mots » de trois lettres comportent seulement des voyelles ou seulement des consonnes ?

$$\boxed{6}\ \boxed{6}\ \boxed{6} = 6^3$$

$$\boxed{20}\ \boxed{20}\ \boxed{20} = 20^3$$

$$6^3 + 20^3 = 216 + 8000 = 8216$$

3.1.3 a) Combien de nombres pairs de 3 chiffres avec répétitions peut-on former avec les trois chiffres 1, 2 et 4 ? b) Parmi ceux-ci, combien possèdent au moins une fois le chiffre 1 ?

a) $\boxed{3}\ \boxed{3}\ \boxed{2}$ $\quad 3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$

b) Au moins une fois le chiffre 1 :

<u>1ère méthode</u> : $1\times \boxed{1}$

$\boxed{1}\ \boxed{x}\ \boxed{x}$ $\quad 1 \cdot 2 \cdot 2 = 4$

$2\times \boxed{1}$

$\boxed{x}\ \boxed{1}\ \boxed{x}$ $\quad 2 \cdot 1 \cdot 2 = 4$

~~$3\times \boxed{1}$~~

$\boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{x}$ $\quad 1 \cdot 1 \cdot 2 = 2$

$\Sigma : 10$

<u>2ème méthode</u> : Aucun 1 : $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

Au moins un 1 : $18 - 8 = 10$

3.2 La notation factorielle

On définit la factorielle : soit $n \in \mathbb{N}$

$0! = 1$ par convention

$1! = 1$

$n! = n \cdot (n-1)! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

On note $P_n = n!$

3.2.5 Simplifier l'expression donnée, puis calculer sa valeur :

a) $\dfrac{12!}{9!}$

b) $\dfrac{11!}{3!\,2!\,4!}$

c) $\dfrac{12!}{8!\,4!} = C_8^{12} = C_4^{12}$

d) $\dfrac{100!}{98!\,5!} = \dfrac{100 \cdot 99}{5!}$

e) $\dfrac{n!}{(n-2)!} = n \cdot (n-1)$

f) $\dfrac{(n+2)!}{(n-1)!} = (n+2)(n+1)\,n$

Permutations

Une permutation est une disposition ordonnée de tous les objets d'une famille.

La famille d'objet peut contenir plusieurs copies identiques de certains objets. Dans ce cas, rien ne distingue les permutations de ces objets entre eux, on parle de permutations avec répétition.

$\boxed{P_n = n!}$ est le nombre de permutations de n objets distincts.

$$\boxed{\overline{P}_n(r_1, r_2, \ldots, r_k) = \frac{n!}{r_1! \cdot r_2! \cdots r_k!}} \qquad \text{avec } \sum_{i=1}^{k} r_i = n$$

r_1 objets de type 1, r_2 objets de type 2, ...

3.3.2 Combien existe-t-il d'anagrammes des mots : MERCI ; ENTENTE ?

a) $1 \times \boxed{M}$, $1 \times \boxed{E}$, $1 \times \boxed{R}$, $1 \times \boxed{C}$, $1 \times \boxed{I}$

$$P_5 = 5!$$

b) $$\overline{P}_7(3, 2, 2) = \frac{7!}{3! \cdot 2! \cdot 2!} = 210$$

ENTENTE ENTENTE

ENTENTE ENTENTE

ENTENTE

ENTENTE

ENTENTE

ENTENTE

c) FERMEE

$$\overline{P}_6(1, 3, 1, 1) = \frac{6!}{1! \cdot 3! \cdot 1! \cdot 1!} = \frac{6!}{3!}$$

3.3.3 On place au hasard les douze tomes d'une encyclopédie sur un rayon de bibliothèque.

a) Quel est le nombre total de possibilités ?

b) Parmi ces possibilités, combien y en a-t-il où les tomes 1 et 2 se trouvent côte à côte, dans cet ordre ?

c) Parmi ces possibilités, combien y en a-t-il où les tomes 1 et 2 se trouvent côte à côte ?

a) $P_{12} = 12!$

b) $\boxed{1\,|\,2}\ \boxed{3} \ \dots \ \boxed{12} \qquad P_{11} = 11!$

c) $$\left.\begin{array}{ll} \boxed{1\,|\,2}\ \boxed{3} \ \dots \ \boxed{12} & P_{11} = 11! \\ \boxed{2\,|\,1}\ \boxed{3} \ \dots \ \boxed{12} & P_{11} = 11! \end{array}\right\} \quad 2!\,11!$$