4.2 Définition de la notion de probabilité

4.2.1 On jette un dé. Quelle est la probabilité d'avoir :

a) le numéro 2 ?

b) un numéro pair ?

c) un numéro supérieur à 4 ?

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

a) $P(\text{"le numéro"}) = \frac{1}{6}$

b) $P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

c) $P(C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

4.2.3 On tire successivement 3 cartes d'un jeu de 36 cartes. Quelle est la probabilité d'obtenir :

a) 3 as ?

b) 2 rois et une dame ?

c) au moins un valet ?

$U = \{ \{6♡, 7♡, 8♡\}, \{7♡, 8♡, 9♡\}, \ldots \}$

\# nombre de cas possibles : $C_3^{36} = 7140$

a) $P(A) = \dfrac{C_3^4}{C_3^{36}} = \dfrac{4}{7140} = \dfrac{1}{1785}$

b) $P(\text{"2K et 1Q"}) = \dfrac{C_2^4 \cdot C_1^4}{C_3^{36}} = \dfrac{6 \cdot 4}{7140} = \dfrac{2}{595}$

c) $P(\text{"Au moins un valet"}) = 1 - P(\overline{\text{"Au moins un valet"}})$

$= 1 - P(\text{"Aucun valet"})$

$= 1 - \dfrac{C_3^{32}}{C_3^{36}} = 1 - \dfrac{4960}{7140} = \dfrac{109}{357}$

$P(\text{"Au moins un valet"}) = P(\text{"1J"}) + P(\text{"2J"}) + P(\text{"3J"})$

4.2.5 On jette simultanément un dé rouge et un dé blanc. Quelle est la probabilité d'amener :

a) deux numéros égaux ?
b) un 2 et un 5 ?
c) un 2 rouge et un 5 blanc ?
d) une somme égale à 7 ?
e) une somme au plus égale à 3 ?
f) une somme au plus égale à 11 ?

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$$

$$\text{card}(\mathcal{P}(A)) = 2^3 = 8$$

$$U = \{\{1, 1\}, \{1, 2\}, \ldots, \{6, 6\}\}$$

f) $F =$ " une somme au plus égale à 11 " , $\bar{F} =$ " une somme égale à 12 "

$$1 - P(\bar{F}) = 1 - \frac{1}{36} = \frac{35}{36}$$

4.2.6 On tire successivement 13 cartes d'un jeu de 52. Déterminer la valeur exacte de la probabilité que trois exactement de ces cartes soient des rois.

$$P\left(\text{" trois exactement de ces cartes so}\cancel{\text{ie}}\text{nt des rois."}\right) = \frac{C_3^4 \cdot C_{10}^{48}}{C_{13}^{52}} \cong 0{,}0412 = 4{,}12\,\%$$

4.2.7 Dans un sac se trouvent 9 boules blanches, 4 rouges et quelques noires. La probabilité, lors d'un tirage simultané de deux boules, d'obtenir deux boules de même couleur est égale à 7/18. Combien y a-t-il de boules noires ?

9 B 4R n N

$$P(\text{" }\underbrace{\text{obtenir deux boules de même couleur}}_{A}\text{ "}) = \frac{7}{18}$$

1 # Cas possibles : $C_2^{13+n} = \frac{(13+n)!}{2!\,(11+n)!} = \frac{(n+13)!}{(n+11)!\,2!} = \frac{(n+13)(n+12)}{2} = \frac{n^2+25n+156}{2}$

2 # Cas favorables :

BB - RR - NN $\quad C_2^9 + C_2^4 + C_2^n = 36 + 6 + \frac{n!}{2!\,(n-2)!} = 42 + \frac{n(n-1)}{2}$

$$= \frac{n^2 - n + 84}{2}$$

Donc $P(A) = \frac{n^2 - n + 84}{n^2 + 25n + 156} = \frac{7}{18}$

On résout $18(n^2 - n + 84) = 7(n^2 + 25n + 156)$

$$\ldots \begin{cases} n_1 = 15 \\ n_2 = \frac{28}{11} \end{cases} \Rightarrow 15 \text{ boules noires}$$

4.2.10 Dans une enquête portant sur les pannes de voitures qui se sont produites au cours d'une année, on a pris en considération, pour un type de voitures déterminés, les

événements suivants :

$$P_i : \text{« il y a eu au moins } i \text{ panne(s) »} \; (\, i = 0, 1, 2, 3 \,)$$

Lors du dépouillement de l'enquête, on a constaté que P_0, P_1, P_2 et P_3 se sont produits 543, 310, 156 et 81 fois respectivement. Quelle probabilité y a-t-il, pour un possesseur d'une voiture de ce type, de tomber en panne dans l'année qui vient,

a) exactement une fois ?

b) moins de deux fois ?

Exactement i pannes

0	1	2	3
233	154	75	81

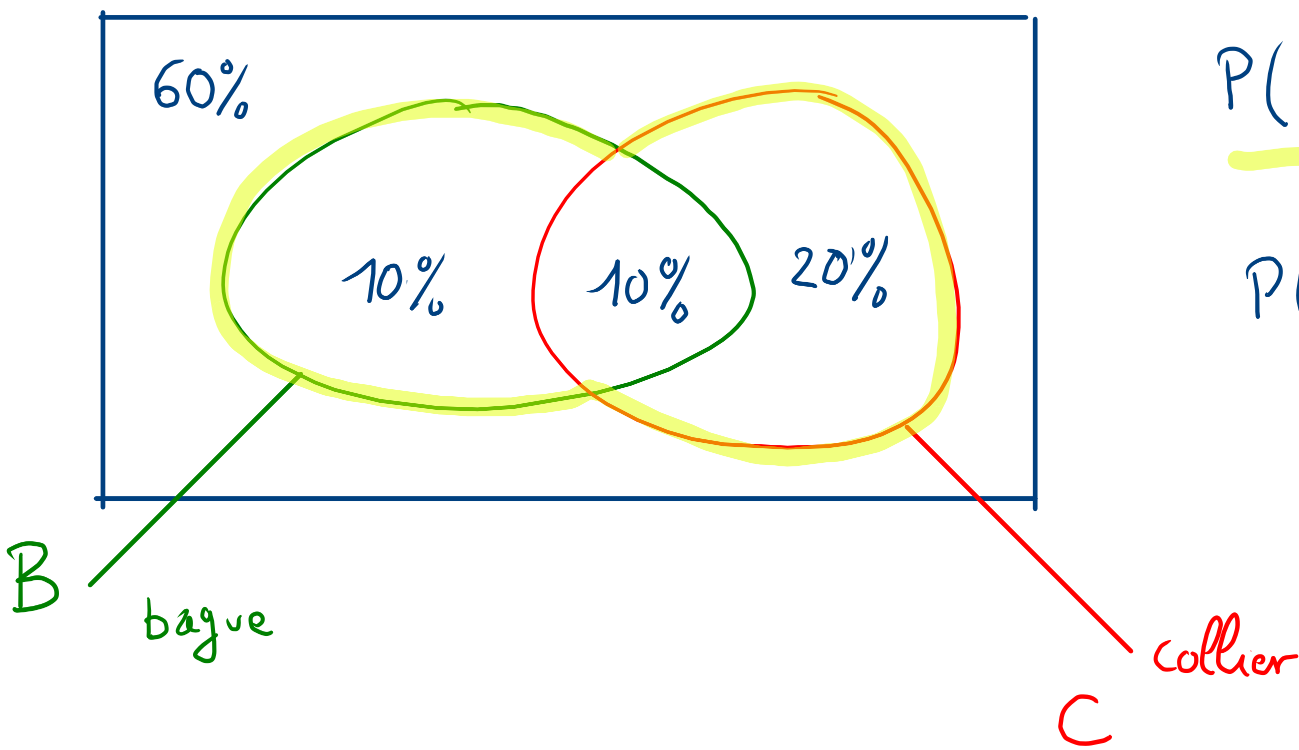
a) $P(\text{"exactement une fois"}) = \dfrac{154}{543}$

b) $P(\text{"moins de deux fois"}) = \dfrac{233 + 154}{543} = \dfrac{387}{543}$

4.2.15 On sait que 60% des élèves d'une école ne portent ni bague, ni collier. De plus, 20% des élèves portent une bague et 30% ont un collier. Si un des élèves est choisi au hasard, quelle est la probabilité qu'il porte :

a) une bague ou un collier ? 40%

b) une bague et un collier ? 10%



$$P(B \cup C) = 40\%$$

$$P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C)$$

$$0{,}4 = 0{,}2 + 0{,}3 - 0{,}1$$