AOD: $y = mx + h$

1) $m = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

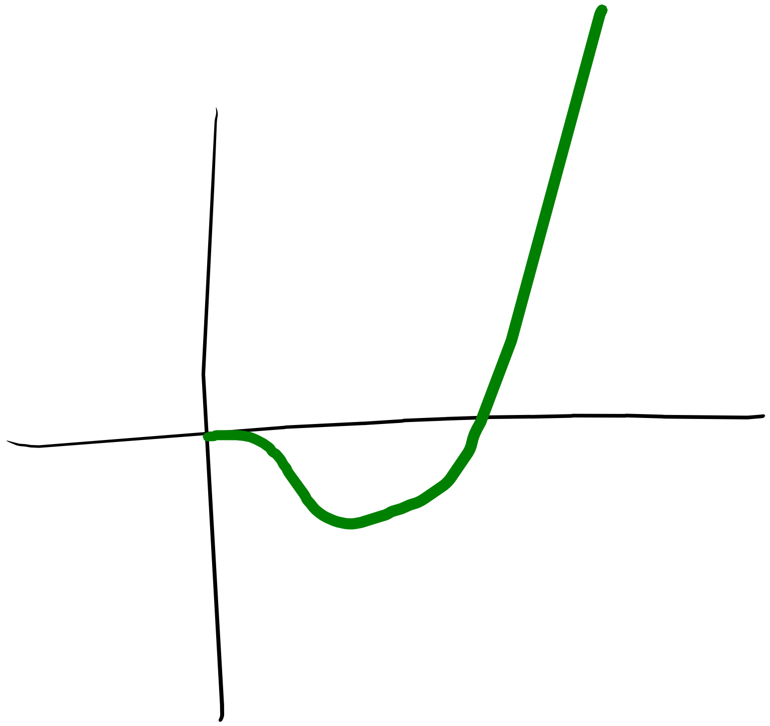
2) $h = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(f(x) - mx \right)$

$ED(f) = \mathbb{R} - \{4\}$

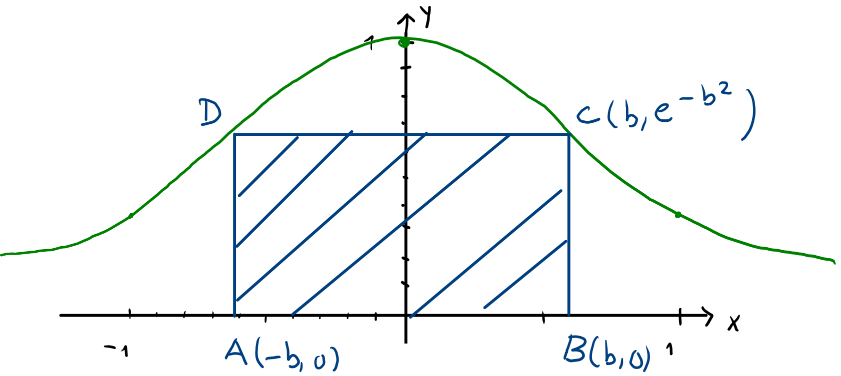
$\uparrow$

$ED(f) =]3, 8]$

$\uparrow$



2.3.25 Un rectangle $ABCD$ est tel que A et B sont sur Ox, alors que C et D sont sur la courbe $y = e^{-x^2}$. Calculer les coordonnées de ses sommets pour que son aire soit maximum.



Posons $f(x) = e^{-x^2}$

$f(1) = e^{-1} = \frac{1}{e} \cong \frac{1}{2{,}72} = 0{,}37$

Aire du rectangle $ABCD$ est maximale.

Soit $b > 0$, et $B(b, 0)$. Donc $C(b, e^{-b^2})$.

Aire du rectangle : $AB \cdot BC = 2b \cdot e^{-b^2}$

$\Rightarrow A(x) = 2x\, e^{-x^2}$ avec $x \in \left]0 ; +\infty\right[$

$A'(x) = 2\, e^{-x^2} + 2x \cdot e^{-x^2} \cdot (-2x)$

$= 2\, e^{-x^2} - 4x^2\, e^{-x^2} = 2\left(1 - 2x^2\right) e^{-x^2}$

zéros de $A'(x)$: $1 - 2x^2 = 0 \quad \Big| \div(-2)$

$x^2 - \frac{1}{2} = 0$

$x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

x			$\frac{\sqrt{2}}{2}$	
$A'(x)$		$+$	0	$-$
$A(x)$		$\nearrow$	$\boxed{\text{max}}$	$\searrow$

Max : $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, e^{-\frac{1}{2}}\right)$ ou $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} ; \frac{1}{\sqrt{e}}\right)$

Les sommets $A\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$, $B\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$, $C\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{\sqrt{e}}\right)$, $D\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{\sqrt{e}}\right)$