1M7 – 19 décembre 2025 Nom & prénom : ....

Algèbre 1 — TE 845B

Problème	1	2	3	4	5	6	Total
Points	5	9	5	4	4	6	33
Points obtenus							

Formulaire — Produits remarquables

$(A+B)^2 = A^2 + 2\,AB + B^2$ $(A-B)^2 = A^2 - 2\,AB + B^2$

$(A-B)(A+B) = A^2 - B^2$ $A^2 + B^2$ n'est pas factorisable

$(A+B+C)^2 = A^2 + B^2 + C^2 + 2\,AB + 2\,AC + 2\,BC$

$(A+B)^3 = A^3 + 3\,A^2B + 3\,AB^2 + B^3$ $(A-B)^3 = A^3 - 3\,A^2B + 3\,AB^2 - B^3$

$(A+B)(A^2 - AB + B^2) = A^3 + B^3$ $(A-B)(A^2 + AB + B^2) = A^3 - B^3$

Problème 1 (5 points)
Réduire au maximum.

a) $(6\,y^3 - 13)\,(6\,y^3 + 13)$
b) $(2\,x - 3\,y)^2$
c) $(3\,k\,a^2 + 5\,b^3)^2$
d) $(2\,a^2 - 3)^3$

a) $36y^6 - 169$

b) $4x^2 - 12xy + 9y^2$

c) $9K^2a^4 + 30Ka^2b^3 + 25b^6$

d) $8a^6 - 36a^4 + 54a^2 - 27$

Problème 2 (9 points)

Effectuer et réduire :

a) $(3\,x^2-5)\,(4\,x^2+8)-(12\,x^3-1)\,(x+10)$

b) $(4\,a-3)^2-(3\,a-4)^2-5\,(4\,a-2)\,(4\,a+2)$

c) $(x^3-x^2-x-1)\,(x^3-x^2+x+1)$

a) $12x^4+4x^2-40-12x^4-120x^3+x+10$

$= -120x^3+4x^2+x-30$

b) $16a^2-24a+9-9a^2+24a-16-80a^2+20$

$= -73a^2+13$

c)

	x^3	$-x^2$	$-x$	-1
x^3	x^6	$-x^5$	$-x^4$	$-x^3$
$-x^2$	$-x^5$	x^4	x^3	x^2
x	x^4	$-x^3$	$-x^2$	$-x$
1	x^3	$-x^2$	$-x$	-1

$= x^6-2x^5+x^4-x^2-2x-1$

Problème 3 (5 points)
Déterminer un polynôme q satisfaisant les conditions suivantes :

1 • q est unitaire de degré 4 (le coefficient de x^4 est égal à 1)
2 • q est divisible par $x - 4$
3 • $q(0) = 48$
4 • -2 est un zéro de q
5 • la division de q par $x - 3$ donne un reste égal à 60.

2) +4) $q = (x-4)(x+2)(\underbrace{x^2}_{1)}+ax+b)$

3) $q(0) = -4 \cdot 2 \cdot b = 48 \Rightarrow -8b = 48 \Rightarrow b = -6$

5) $q(3) = 60 \Rightarrow -1 \cdot 5 \cdot (9 + 3a - 6) = 60$

$$\Rightarrow \quad \begin{aligned} 3a + 3 &= -12 \\ 3a &= -15 \\ a &= -5 \end{aligned}$$

$\Rightarrow \underline{q = (x-4)(x+2)(x^2-5x-6)}$

Problème 4 (4 points)

Factoriser selon le modèle :

$$6\,x^2 + 11\,x - 10 = (3\,x - 2)(2\,x + 5)$$

a) $6\,x^2 + 7\,x - 3 = (2x+3)(3x-1)$

b) $2\,x^2 + 5\,x - 3 = (2x-1)(x+3)$

c) $3\,x^2 - 4\,x - 7 = (3x-7)(x+1)$

d) $15\,x^2 - x - 6 = (5x+3)(3x-2)$

Problème 5 (4 points)
Effectuer la division euclidienne du polynôme D par le polynôme d .

$$D = 3\,x^5 + 4\,x^4 + 1 \quad , \quad d = x^2 + 3\,x + 2$$

Écrire ensuite l'égalité fondamentale.

$3x^5 + 4x^4 \;\ldots\;\ldots\;\ldots\; +1$ | x^2+3x+2

$- \quad 3x^5 + 9x^4 + 6x^3$ | $\underbrace{3x^3 - 5x^2 + 9x - 17}_{q}$

$-5x^4 - 6x^3$

$- \quad -5x^4 - 15x^3 - 10x^2$

$9x^3 + 10x^2$

$- \quad 9x^3 + 27x^2 + 18x$

$-17x^2 - 18x + 1$

$- \quad -17x^2 - 51x - 34$

$r = 33x + 35$

$D = q \cdot d + r$

Problème 6 (6 points)
Factoriser entièrement le polynôme $b = 2\,x^4 + 3\,x^3 - 10\,x^2 - 5\,x - 6$.

- $b(2) = 0 \Rightarrow x-2 \mid b$
- $b(-3) = 0 \Rightarrow x+3 \mid b$

Par Horner:

	2	3	−10	−5	−6
2		4	14	8	6
	2	7	4	3	0

	2	7	4	3
−3		−6	−3	−3
	2	1	1	0

$$b = (x-2)(x+3)(\underbrace{2x^2 + x + 1}_{\Delta = 1 - 8 < 7})$$

pas factorisable

$$b = (x-2)(x+3)(2x^2 + x + 1)$$