

2.3.23 Factoriser les polynômes.

$$b) x^4 + 2x^3 - 16x^2 - 2x + 15 = p$$

Cherchons un zéro de p

$$\textcircled{1} \quad p(1) = 1 + 2 - 16 - 2 + 15 = 0 \quad \Rightarrow \quad x-1 \mid p$$

$$\textcircled{2} \quad p(-1) = 1 - 2 - 16 + 2 + 15 = 0 \quad \Rightarrow \quad x+1 \mid p$$

Effectuons les deux divisions :

1	2	-16	-2	15
1	1	3	-13	-15
1	3	-13	-15	

-1	-1	-2	15	
1	2	-15	0	

Le polynôme s'écrit :

$$p = (x-1)(x+1)(x^2 + 2x - 15)$$

$\textcircled{1}$
 $\textcircled{2}$
Viète

$$p = (x-1)(x+1)(x+5)(x-3)$$

2.3.18 Factoriser :

c) $6x^4 - 5x^3 - 23x^2 + 20x - 4 = p$

$$p = 6 \left(x^4 - \frac{5}{6}x^3 - \frac{23}{6}x^2 + \frac{20}{6}x - \frac{4}{6} \right)$$

Les zéros rationnels de p apparaissent parmi

les nombres suivants : $\frac{u}{v}$ où u est un diviseur de 4 et v un diviseur de 6 :

$$\pm \frac{1}{1}, \pm \frac{2}{1}, \pm \frac{4}{1}, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{1}{6}, \pm \frac{2}{3}, \pm \frac{4}{3}, \pm \frac{2}{6}, \pm \frac{4}{6}, \pm \frac{4}{2}, \pm \frac{4}{3}, \pm \frac{4}{6}, \dots$$

$p(1) \neq 0$

$p(-1) \neq 0$

1) $p(2) = 0 \Rightarrow x-2 \mid p$

$p(-2) = 0 \Rightarrow x+2 \mid p$

1) Par Horner :

	6	-5	-23	20	-4
2		12	14	-18	4
	6	7	-9	2	0

2)

	6	7	-9	2
-2		-12	10	-2
	6	-5	1	0

3) $p = (x+2)(x-2)(6x^2 - 5x + 1)$

$p = (x+2)(x-2)(3x-1)(2x-1)$

Factoriser $p = 36x^4 + 12x^3 - 23x^2 - 4x + 4$

$\frac{4}{1} \pm 1, \pm 2, \pm 4$

$\frac{36}{1} \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \dots$

Il n'y a pas de zéro entier !

$p\left(\frac{1}{2}\right) = 36 \cdot \frac{1}{16} + 12 \cdot \frac{1}{8} - 23 \cdot \frac{1}{4} - 4 \cdot \frac{1}{2} + 4 = 0$

$\Rightarrow x - \frac{1}{2}$ divise p par Horner

$\Rightarrow 2x - 1$ divise p en colonne

$p = 36\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \left(x + \frac{2}{3}\right)^2 = (2x-1)^2 (3x+2)^2$