

Résolution d'équations

08.01.26 ☺

1°) Du premier degré

$$ax + b = 0, \quad a \neq 0$$
$$x = -\frac{b}{a}$$

Ex. $-2x + 9 = 0$

$$x = \frac{-9}{-2} = \frac{9}{2}$$

2°) Du deuxième degré

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$$

Nous avons besoin d'une méthode, la complétion des carrés.

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$$

$$x^2 - 5x + 6.25 = (x - 2.5)^2$$

$$x^2 + bx + \frac{b^2}{4} = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2$$

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2}{4}$$

$$(x - 6)^2 = x^2 - 12x + 36$$

$$x^2 - 12x + 36 = (x - 6)^2$$

Nous allons résoudre une équation du 2^{ème} degré
sans Viète.

$$\textcircled{1} \quad X^2 + 10X + 24 = 0$$

$$X^2 + 10X + \textcolor{red}{25} = -24 + \textcolor{red}{25}$$

$$(X + 5)^2 = 1$$

$$\begin{cases} X + 5 = 1 \\ \text{ou} \\ X + 5 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = -4 \\ \text{ou} \\ X = -6 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \quad X^2 - 3X - 28 = 0$$

$$X^2 - 3X + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 28 + \frac{9}{4}$$

$$\left(X - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{121}{4}$$

$$\begin{cases} X - \frac{3}{2} = \frac{11}{2} \\ \text{ou} \\ X - \frac{3}{2} = -\frac{11}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = \frac{3}{2} + \frac{11}{2} = X_1 \\ X = \frac{3}{2} - \frac{11}{2} = X_2 \end{cases}$$

$$\Delta = 9 - 4 \cdot 1 \cdot (-28) = 9 + 112 = 121$$

$$\begin{cases} X_1 = \frac{3 + 11}{2} \\ X_2 = \frac{3 - 11}{2} \end{cases}$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad | a \neq 0$$

$$ax^2 + bx = -c$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Posons $\Delta = b^2 - 4ac$

Trois cas se présentent :

① $\Delta < 0$: pas de solution

② $\Delta = 0$: $x = \frac{-b}{2a}$

③ $\Delta > 0$:

$$\begin{cases} x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ \text{ou} \\ x + \frac{b}{2a} = -\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$$

(ou x_2 si $a < 0$)

(ou x_1 si $a < 0$)

$$2x^2 + 5x - 12 = 0 \quad | +12$$

$$2x^2 + 5x = 12 \quad | \div$$

$$x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{25}{16} = 6 + \frac{25}{16}$$

$$\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{121}{16}$$

$$\left[x + \frac{5}{4} = \frac{11}{4} \right.$$

ou

$$\left. x + \frac{5}{4} = -\frac{11}{4} \right]$$

$\Rightarrow$

$$\left[x = -\frac{5}{4} + \frac{11}{4} \right.$$

$$\left. x = -\frac{5}{4} - \frac{11}{4} \right]$$