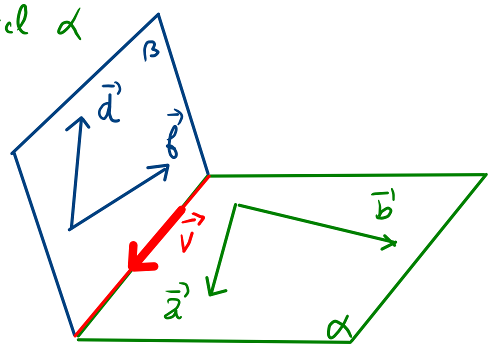
18.09.25

1.3.6 Calculer les vecteurs qui sont à la fois coplanaire à $\vec{a}$ et $\vec{b}$ et coplanaires à $\vec{d}$ et $\vec{f}$, si

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix},\ \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ -5 \end{pmatrix},\ \vec{d} = \begin{pmatrix} 35 \\ 14 \\ -10 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{f} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

plan vectoriel α plan vectoriel β



① Soit $\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ le vecteur cherché.

② $\vec{v}$ est coplanaire à $\vec{a}$ et $\vec{b}$.

③ $\vec{v}$ est coplanaire à $\vec{d}$ et $\vec{f}$.

De ③, on a : $\det(\vec{d}, \vec{f}, \vec{v}) = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 35 & -2 & x \\ 14 & -1 & y \\ -10 & 0 & z \end{vmatrix} \begin{matrix} 35 & -2 \\ 14 & -1 \\ -10 & 0 \end{matrix} =$

$$\begin{matrix} - & - & - & + & + & + \end{matrix}$$

$$-35z + 20y - 10x + 28z = -10x + 20y - 7z = 0$$

De ②, on a : $\det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{v}) = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 0 & x \\ -3 & 8 & y \\ 2 & -5 & z \end{vmatrix} = 8z + 15x - 16x + 5y$

$$= -x + 5y + 8z = 0$$

On doit résoudre le système d'équations :

$$\begin{cases} -x + 5y + 8z = 0 \\ -10x + 20y - 7z = 0 \end{cases}$$

On a un système d'équations à 3 inconnues avec un degré liberté.

$$\begin{cases} -x + 5y + 8z = 0 \\ -10x + 20y - 7z = 0 \end{cases}$$

On résout ce système en fonction de z :

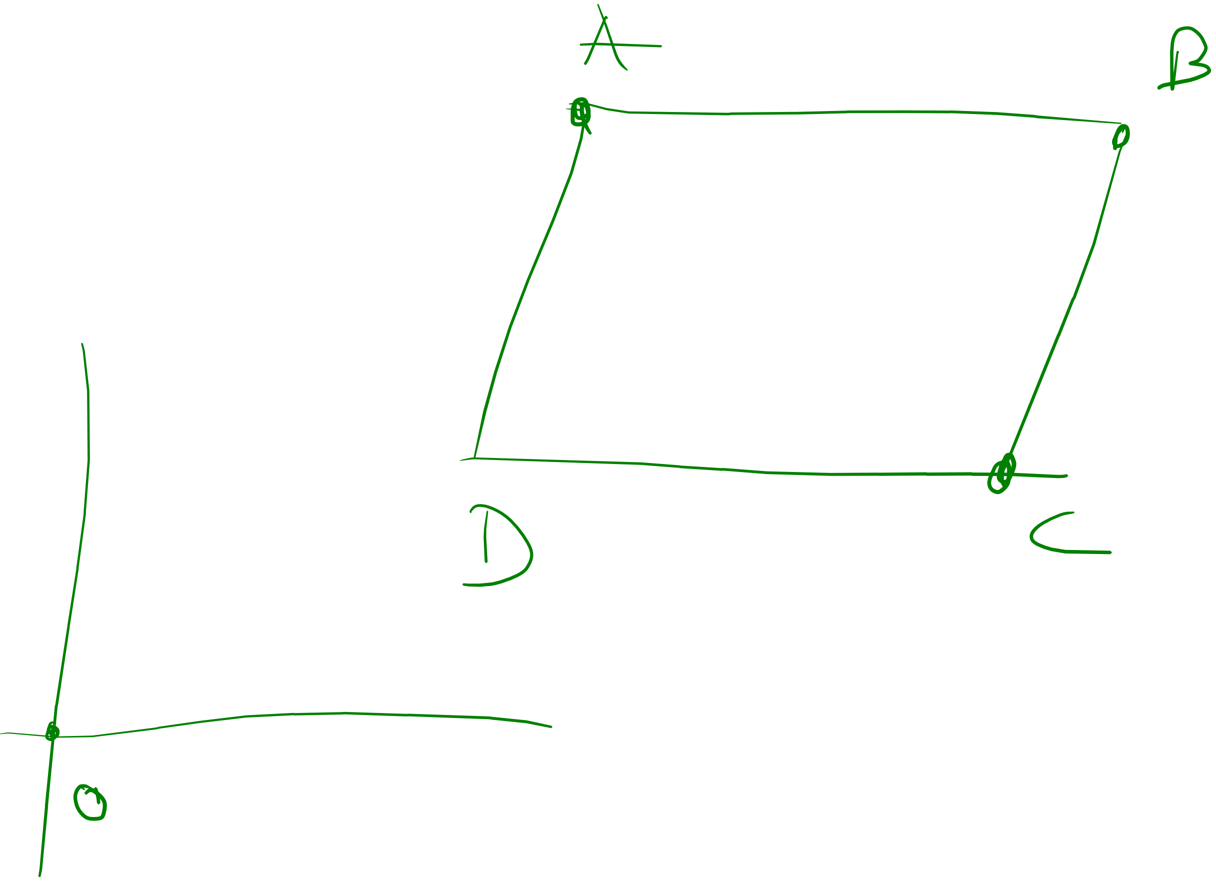
$$\begin{cases} -x + 5y = -8k \\ -10x + 20y = 7k \\ z = k \end{cases} \quad \begin{array}{l|l} y & x \\ \cdot 4 & \cdot(-10) \\ \cdot(-1) & \cdot 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} -4x + 20y &=& -32k \\ 10x - 20y &=& -7k \\ \hline 6x &=& -39k \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x = -39k \\ -30y = 87k \\ z = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-39}{6}k \\ y = -\frac{87}{30}k \\ z = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-13}{2}k \\ y = -\frac{29}{10}k \\ z = k \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{V} = k \begin{pmatrix} -13/2 \\ -29/10 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ ou } \begin{pmatrix} 65 \\ 29 \\ -10 \end{pmatrix}$$

Les vecteurs cherchés sont colinéaires au vecteur $\begin{pmatrix} 65 \\ 29 \\ -10 \end{pmatrix}$



$$\vec{OD} = \vec{OA} + \vec{AD}$$

$$= \vec{OA} + \vec{BC}$$