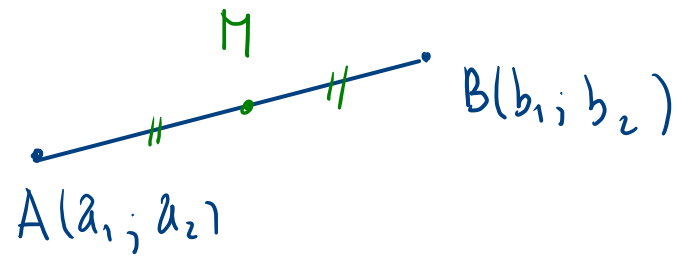


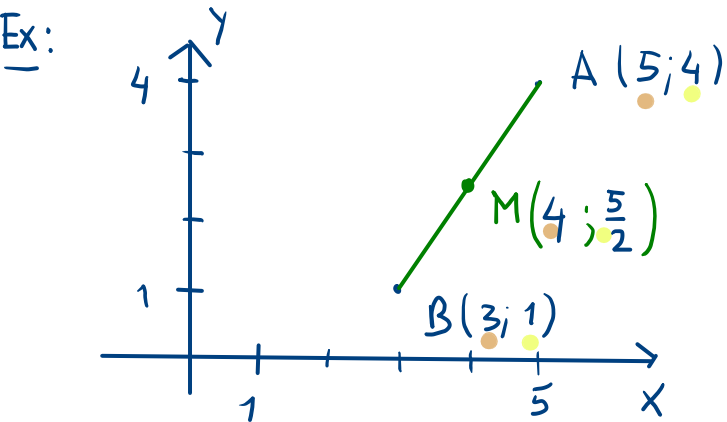
Milieu d'un segment



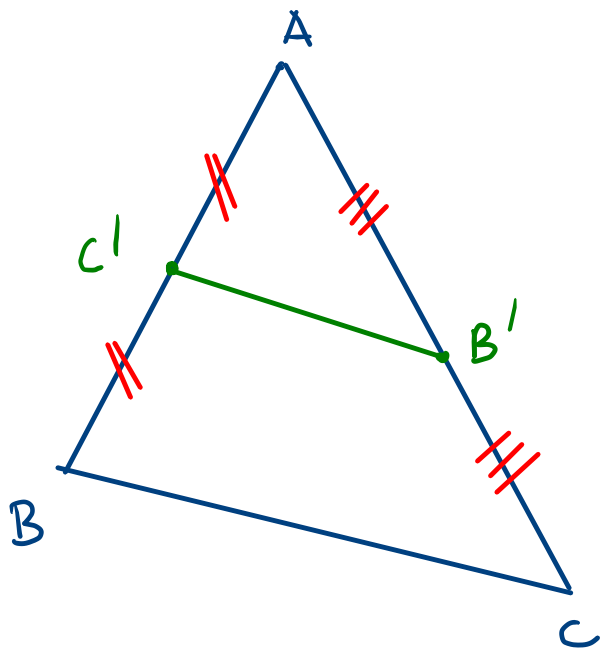
Quelles sont les coordonnées du milieu M d'un segment donné par ses deux extrémités ?

$$\begin{aligned}\vec{OM} &= \vec{OA} + \vec{AM} = \vec{OA} + \frac{1}{2} \vec{AB} = \vec{OA} + \frac{1}{2} (\vec{OB} - \vec{OA}) \\ &= \vec{OA} + \frac{1}{2} \vec{OB} - \frac{1}{2} \vec{OA} = \frac{1}{2} \vec{OA} + \frac{1}{2} \vec{OB} = \frac{1}{2} (\vec{OA} + \vec{OB}) \\ &= \frac{1}{2} \left[\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{a_1 + b_1}{2} \\ \frac{a_2 + b_2}{2} \end{pmatrix}\end{aligned}$$

D'où le résultat $M \left(\frac{a_1 + b_1}{2} ; \frac{a_2 + b_2}{2} \right)$



Théorème du segment moyen



Dans le triangle ABC , B' milieu de AC
et C' milieu de AB . Démontrons que

$$1) B'C' = \frac{1}{2} BC$$

[égalité entre segments]

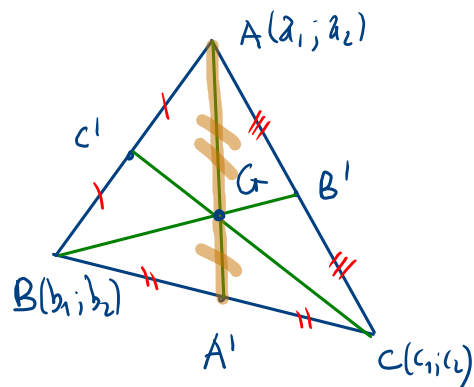
$$2) B'C' \parallel BC$$

[droites //]

$$\overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{AB'} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2} (\underbrace{\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}}_{\overrightarrow{CB}}) = \frac{1}{2} \overrightarrow{CB}$$

Donc $\overrightarrow{B'C'} = \frac{1}{2} \overrightarrow{CB}$.

Centre de gravité d'un triangle



On suppose que le résultat suivant est connu.

Les médianes d'un Δ sont concourantes et leur point d'intersection G se situe aux $\frac{2}{3}$ du segment AA' depuis A .

Déterminons les coordonnées de G par rapport aux coordonnées des points A , B et C .

$$1) \vec{BG} = \frac{2}{3} \vec{BB'} = \frac{2}{3} (\vec{OB'} - \vec{OB}) = \frac{2}{3} \left[\begin{pmatrix} \frac{a_1+c_1}{2} \\ \frac{a_2+c_2}{2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \right] = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \frac{a_1+c_1-2b_1}{2} \\ \frac{a_2+c_2-2b_2}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{a_1-2b_1+c_1}{3} \\ \frac{a_2-2b_2+c_2}{3} \end{pmatrix}$$

$$2) \vec{OG} = \vec{OB} + \vec{BG} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{a_1-2b_1+c_1}{3} \\ \frac{a_2-2b_2+c_2}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{a_1+b_1+c_1}{3} \\ \frac{a_2+b_2+c_2}{3} \end{pmatrix}$$

D'où le résultat $G\left(\frac{a_1+b_1+c_1}{3}; \frac{a_2+b_2+c_2}{3}\right)$