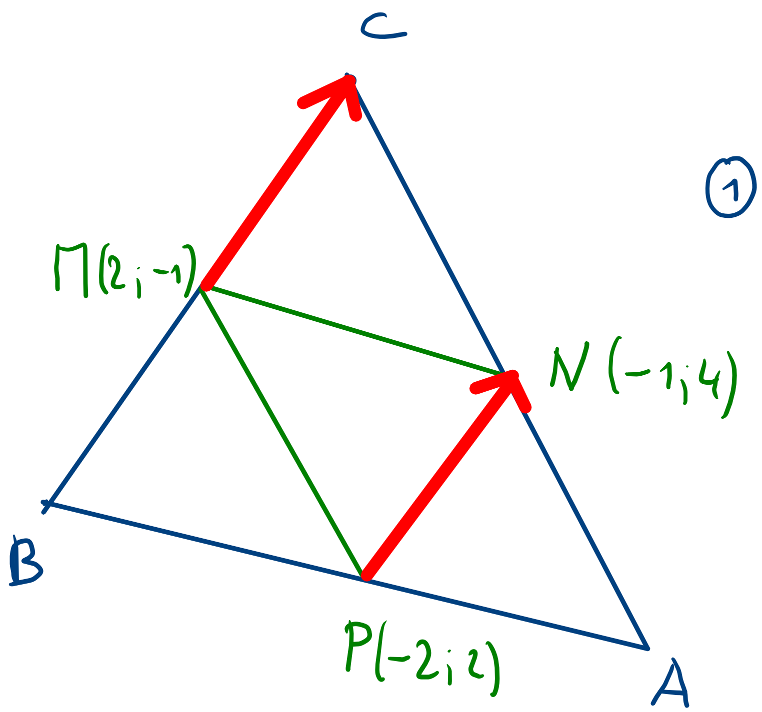
26.09.25

1.3.18 Les points $M(2;-1)$, $N(-1;4)$ et $P(-2;2)$ sont les milieux des côtés d'un triangle dont on demande de calculer les sommets.



① $\vec{OC} = \vec{OM} + \overbrace{\vec{PN}}^{=\vec{MC}} = \begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$

$\vec{PN} = \vec{ON} - \vec{OP} = \begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$

$\Rightarrow \quad C(3;1)$

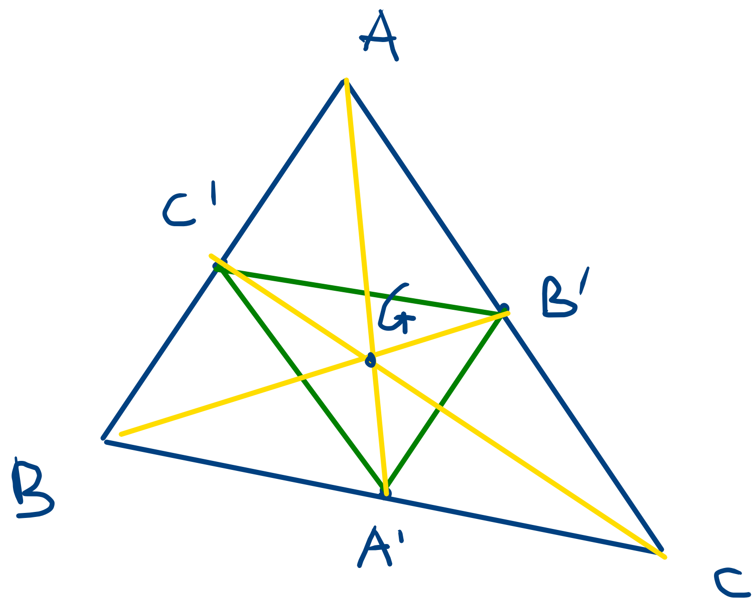
② $\vec{OB}$

$B(\quad;\quad)$

③ $\vec{OA}$

$A(\quad;\quad)$

1.3.19 Soit les points $A(-4;2)$, $B(1;3)$ et $C(2;5)$. Calculer les coordonnées des milieux des côtés du triangle ABC et celles du centre de gravité de ce triangle.



A'B'C' est le Δ diminué du ΔABC

$A'\left(\frac{3}{2} ; 4\right)$

$B'\left(-1 ; \frac{7}{2}\right)$

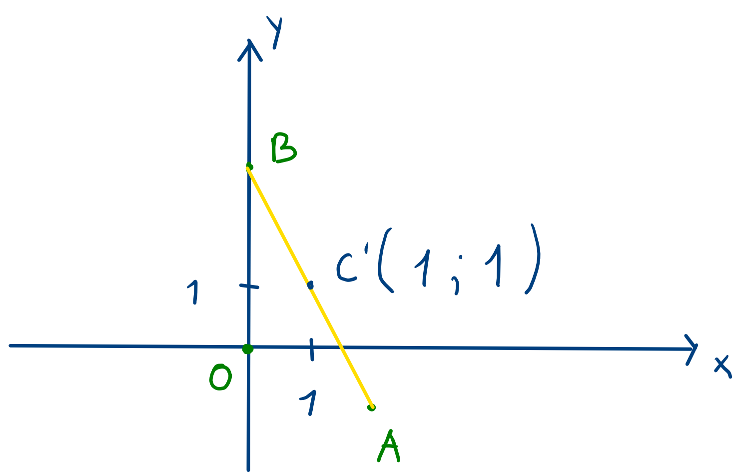
$C'\left(-\frac{3}{2} ; \frac{5}{2}\right)$

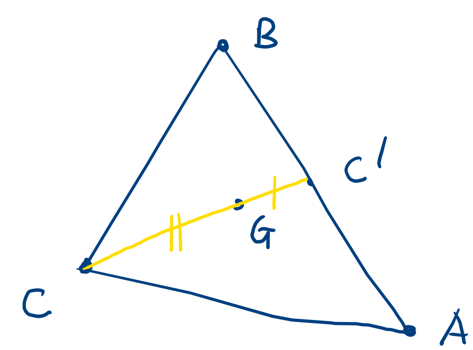
$G\left(\frac{-1}{3} ; \frac{10}{3}\right)$

1.3.21 On considère les points $A(2;-1)$ et $B(0;3)$.

a) Déterminer le point C tel que le centre de gravité du triangle ABC soit l'origine O du repère. $O = G$ centre de gravité

b) Déterminer ensuite le point D tel que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.





a) 1ère méthode : avec les vecteurs

$\overrightarrow{GC} = 2\,\overrightarrow{C'G}$ (propriété médianes)

$\overrightarrow{C'G} = \overrightarrow{C'O} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{GC} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix} = \overrightarrow{OC} \Rightarrow C(-2;-2)$

2ème méthode : posons $C(a,b)$. On sait que $G \equiv O$

$$\left.\begin{array}{l} 0 = \dfrac{2+0+a}{3} \Rightarrow a = -2 \\ 0 = \dfrac{3+(-1)+b}{3} \Rightarrow b = -2 \end{array}\right\} C(-2;-2)$$

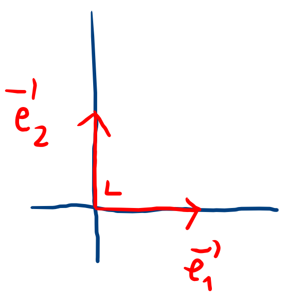
b) en devoir

Produit scalaire et norme

Nous allons voir comment calculer des longueurs et comment calculer des mesures d'angles.

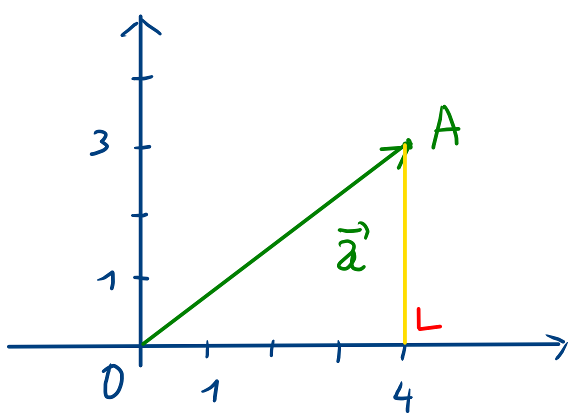
1 Norme d'un vecteur

On se place toujours dans un repère orthonormé



1) $\vec{e}_1 \perp \vec{e}_2$

2) $\|\vec{e}_1\| = \|\vec{e}_2\| = 1$



$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow A(4;3)$$

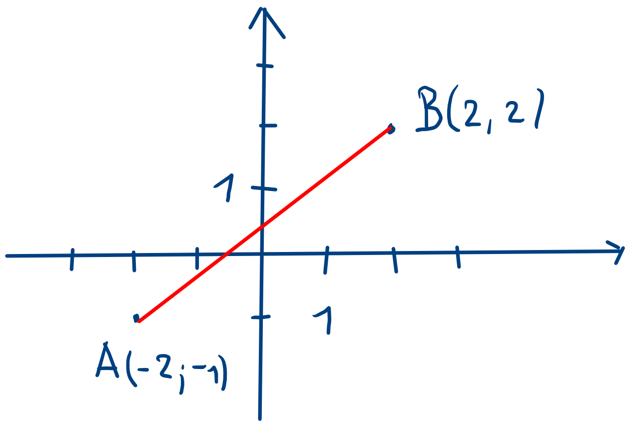
$$OA = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

On note $\|\vec{a}\| = 5$

Norme dans V_2 : $\vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\qquad \|\vec{v}\| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Norme dans V_3 : $\vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ $\qquad \|\vec{v}\| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

② Distance entre deux points



Pour calculer la distance entre deux points A et B, je calcule la norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{4^2+3^2} = 5 \quad \Rightarrow \quad AB = 5$$

Soit $A(a_1 ; a_2)$ et $B(b_1 ; b_2)$

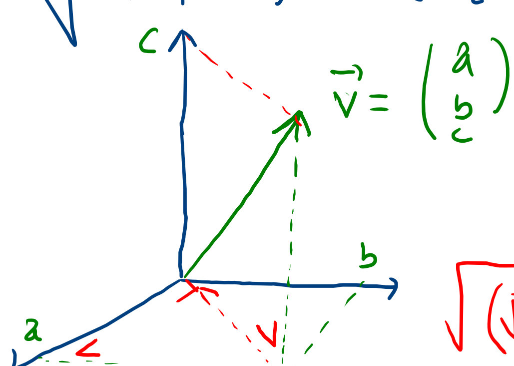
$$\boxed{AB = \sqrt{(b_1-a_1)^2 + (b_2-a_2)^2}}$$

$\|\overrightarrow{AB}\| = 5$

$AB = 5$

Dans V_3 : $\vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$, $A(a_1, a_2, a_3)$ et $B(b_1, b_2, b_3)$

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(a_1-b_1)^2 + (a_2-b_2)^2 + (a_3-b_3)^2} \quad \text{et} \quad \|\vec{v}\| = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$$



$$\sqrt{\left(\sqrt{a^2+b^2}\right)^2 + c^2} = \|\vec{v}\|$$

1.4.2 Calculer le périmètre du triangle ABC si $A(2;1;3)$, $B(4;3;4)$ et $C(2;6;-9)$.

- $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\|\vec{AB}\| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 3$

- $\|\vec{BC}\| = \sqrt{(2-4)^2 + (6-3)^2 + (-9-4)^2} = \sqrt{2^2 + 3^2 + 13^2} = \sqrt{182}$

- $\|\vec{CA}\| =$ 13

périmètre : $16 + \sqrt{182}$

Mercredi 1er octobre : 1.4.1 a), c), d) et e)
1.4.3
1.4.4